DISSERTAZIONE MECCANICA
DI DUE STRUMENTI
CHE POSSON SERVIRE
ALLA GIUSTA STIMA
DEL VIAGGIO MARITIMO
E DELLA VELOCITÀ
DELLE ACQUE, E DE' VENTI

D I

LEONARDO XIMENES

DELLA COMPAGNIA DI GESÙ.

FIRENZE. NELLA STAMPERIA IMPERIALE

IL DÌ XXII. GIUGNO DEL MDCCLII.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

PREFAZIONE.

§. I. LA materia, ſopra cui prendo a ſcrivere, contiene in ſe medeſima piccola difficoltà, come quella, che da' più ovvj principj della Meccanica con applicazione aſſai corta, ſi ricava; ma racchiude una utilità della difficoltà aſſai maggiore. La Navigazione, l' Idraulica, la Fiſica ſe ne potranno giovare in qualche modo, e forſe aſsai più, che di molte più difficili Teorie eſſe non fanno. Il che è per ſe medeſimo sì apertamente manifeſto, che della mia commendazione non ſia biſogno. Quando i mezzi aſtronomici abbandonano il Piloto, il quale per i varj accidenti della noſtra atmosfera reſta alcune volte in una gran ſeparazione dal cielo, e dalle ſtelle, che altro gli rimane, che di ricorrere alla Meccanica? Eſſa non dipendendo dalla viſta de' corpi celeſti, ma potendo ſempre inventar macchine, che eſſendo di tutti i tempi nelle noſtre mani, non ſono ſoggette

alle vicende dell' atmosfera, può sovvenire il nocchiero nel bisogno maggiore. Ora un tal sovvenimento, essendo il più di tutti opportuno, e non men necessario di quello, che ne' tempi chiari l' Astronomia può apprestargli, va con tutto lo studio per le leggi Meccaniche a' naviganti procurato, e se possibil sia, ritrovato. Esso è principalmente riposto nella giusta stima del suo viaggio, la quale, quando sia accuratamente determinata, somministra il punto maritimo, in cui il naviglio si trova. Imperocchè dato l' angolo Loxodromico, e la lunghezza della curva, che in questa maniera di navigare chiamar si suole Loxodromia, *si trova co' soliti Problemi Geografici la posizion del luogo, dove la nave è pervenuta. Ora la lunghezza della Loxodromia è determinata con questi due Elementi, cioè del tempo consumato in quel viaggio, e della velocità, dalla quale quel legno è stato animato. Una mostra ben regolata basta alla conoscenza del tempo in questo caso, ma ci vuole un qualche arnese da conoscere la velocità, e dalla squisitezza di questo la sicurezza del naviglio in molti casi dipende. Io non negherò, che molto siensi adoperati alcuni autori per giugnere alla giusta stima del viaggio maritimo.*

§. II. *Vitruvio propose, che si affissasse una ruota alla nave, che fosse di tale struttura, e per tal modo volubile, che co' suoi rivolgimen-*

ti

ti potesse indicar la lunghezza dello strato marittimo, sopra cui ha girato. [a] *Questo stesso ritrovato per sua inutilità da' Nocchieri abbandonato, procurò di rinnovare il Mellio* [b] *il quale niente più fortunato è stato di Vitruvio. I moderni Piloti, e massimamente gl' Inglesi avvolgono ad un subbio volubile, il quale acconciano alla poppa de' loro legni, una lunga funicella. Mettono in mare un piccol battello, che sia come un punto fermo, e a questo battello essendo raccomandata la cima della fune, nell' allontanarsi, che fa la nave, quella si va svolgendo. Il tempo di questo svolgimento è da loro determinato con una Clepsidra, che dura soli 30''. Dalla lunghezza della fune, che svolgesi in mezzo minuto, argomentano quanto viaggio, il legno faccia in un ora. Quanto questo mezzo sia grossolano, ed in quante circostanze non possa neppure adoperarsi, lo sapranno tutti coloro, che del mare, e de' buoni metodi di osservare hanno qualche contezza. Ad esso un altro ne sostituì il Sig. Pitot, il quale a questo intendimento propose un semplicissimo strumento alla Reale Accademia Parigina,* [c] *il qual potesse valere ed alla comoda stima del viaggio maritimo, ed alla conoscenza della velocità delle acque correnti; delle quali do-*

§ 3 ven-

(a) Vitruvius Architect. lib. 10. Cap. 14.

(b) Progymnasm. Tom. 1. Cap. 2.

(c) Mem. della Reale Accademia delle Scienze an. 1732. Pag. 518. Ediz. d' Asterdam.

vendo già ragionare, mi ſi permetta di differirne per un poco la deſcrizione.

§. III. *Se la conoſcenza della velocità è giovevole per la ſicurezza de' navigli, la conoſcenza della velocità delle acque correnti è altresì utiliſſima per la ſalvezza degli animali, e per la conſervazione delle biade, e de' frutti tutti della terra. Poichè ſi può forſe coſtruire argine, riparo, o qualunque altro lavoro intorno a' fiumi ſenza prima ben determinarne la forza? E queſta forza in qual modo può calcolarſi, ſe non ſi ſa la velocità della corrente? Può forſe coſtruirſi ſicuramente un mulino, può farſi una opportuna diramazione di un fiume, può tentarſi una introduzione di un fiume in un altro ſenza prima fiſſarne le velocità, dalle quali dee formarſi il giudizio, e proferir la ſentenza? Quante volte è intervenuto, che intorno a' fiumi ſienſi profuſe delle gran ſomme di danaro nella coſtruzione di un opera, che poi è riuſcita o inutile, o anche dannoſa? E ciò per quale altra cagione è intervenuto, fuori che per la ſiniſtra cognizione della ſpinta, e forza delle acque, la quale dalla direzione, dalla quantità, e dalla velocità delle medeſime dovrìa poterſi giuſtamente miſurare? L' opinione della graviſſima importanza di queſt' impreſa ha eccitati gl' ingegni maſſimamente de' Matematici Italiani; i quali molti ſtrumenti anno diviſato per*

la

la giusta misura delle velocità delle acque correnti.

§. IV. *Io tralascerò i metodi a questo fine prodotti dal Padre Abate Castelli* (a), *dal P. Cabeo* (b), *e dall' Architetto Barattieri* (c), *a' quali alcune saggie eccezioni da il P. Abate Grandi* (d). *Un altra importante eccezione contra di questi metodi può divisarsi. Il metodo del Castelli non serve per altro, che per la sola velocità superficiale de' fiumi. Ora variando la velocità secondo le diverse profondità degli strati delle acque, ed essendo necessaria non meno la conoscenza delle velocità superficiali, che delle velocità delle acque sottoposte, questo metodo è insufficiente al nostro bisogno. E i due metodi del Cabeo, e del Barattieri determinano una velocità, che non è la superficiale, nè così facilmente può fissarsi a quale strato, ed a qual profondità si appartenga. Più lodevole è certamente il ritrovamento del Guglielmini* (e). *Egli ci propone un quadrante fornito di due piombini, il primo de' quali conservisi fuori del fluido, e serva per la giusta posizion del Quadrante, mentre l' altro sommerso nel fluido, e sospeso per un filo al centro del qua-*

§ 4 dran-

(a) Nel suo libro della misura delle acque correnti.

(b) Lib. primo delle Meteore al testo 58. Quest. 3.

(c) Lib. 1. Prop. 2. Cap. 6.

(d) Raccolta d' autori, che trattano delle acque. In Firenze l' an. 1723. Tom. 2. Cap. 6. Prop. 40. Scholio 1. Pag. 487.

(e) Misura delle acque correnti lib. 2. Prop. 9.

drante va indicando le divisioni nella tangente del quadrante medesimo. Questo strumento, così come è stato finora proposto, non può servire in conto alcuno al nostro intendimento, e ciò per due ragioni. Primieramente il Guglielmini è di avviso, che le tangenti abbiano a essere, come le semplici velocità direttamente. Ma questa proporzione è giudicata erronea dall' Ermanno, il qual vuole, che le tangenti abbiano a computarsi in ragion duplicata, e non già semplice delle stesse velocità [a]. *Il P. Abate Grandi favorisce il sentimento del Guglielmini, e si dichiara all' Ermanno contrario in questa stima. Ora a chi dobbiam noi credere? Secondo qual proporzione abbiamo a regolare le divisioni della tangente? Se questo punto non si decide con dimostrazioni vere, e con esperienze sicure, il quadrante del Guglielmini ci sarà tanto inutile, quanto lo era prima, che fosse trovato.*

§. V. *Secondariamente questo quadrante non altro ci dimostra, che la proporzione di due velocità qualunque. Dunque supponsi un altro strumento, onde sia determinata una delle due velocità realmente, ed attualmente. Or questo strumento qual sarà? Se questo strumento si produce, qual bisogno avremo più del quadrante? Esso solo può valere alla stima*

(a) Phoronomia lib. 2. Prop. 41.

ma delle due reali velocità. Per la qual coſa in uno ſtrumento di tanta importanza, e di tanta geloſia noi abbiamo queſti due vizj; il primo, che non ſappiamo, come abbiamo a metterlo in operà; il ſecondo, che anche ſapendolo, noi non poſſiamo valercene, che per la ſola proporzione delle velocità, e noi abbiam biſogno di aſſicurarci, quali ſiano le velocità aſſolutamente, e realmente, per concluderne la forza aſſoluta, e reale della corrente. Anche più ſemplice di queſto quadrante è la ſquadra, di cui il P. Abate Grandi è l' autore (a). *Ma a confeſſar la verità, eſſa è ſoggetta a quelle medeſime due critiche, che incontra il quadrante del Guglielmini. In quella ſquadra ancora non ſi ſa, come ſi abbiano a diſtribuire, e regolare le diviſioni di un lato, e ſe ſi abbia a ſeguire la ragion duplicata, o la ſemplice delle velocità. Ma mettiamo, che queſto punto ſia riſchiarito, avremo noi forſe così le aſſolute velocità, che cerchiamo? Nò certamente. Avremo anche quì le ſole velocità relative, o la ſola relazione dell' una all' altra. Simil difetto ha un terzo ſtrumento, che il Sig. Dottor Bernardino Zendrini Matematico della Republica Veneta adoperava, come lo ſteſſo P. Grandi ci atteſta* (b). *Queſto era una ſpecie*

§ 5 *di*

(a) Raccolta degli autori, che trattano delle acque correnti Tom. 2. Prop. 44. Pag. 490.

(b) Ivi Prop. 45.

di compasso delle velocità, il quale dipende dagli stessi principj, da' quali nasce e il Quadrante del Guglielmini, e la squadra del P. Grandi; da' quali strumenti è soltanto differente in qualche circostanza accidentale. La sua piccolezza lo rende soggetto ad errori anche maggiori.

§. VI. *Forse per le considerazioni già fatte i Signori Bolognesi, i quali per la penetrazione de' loro ingegni, e per l' amore, e coltura delle scienze, e delle arti sono l' ornamento, e lo splendor dell' Italia, proposero un' altra macchina l' anno* 1721. (a) *Questo è un Parallelepipedo formato di latta assai più lungo, che largo, e fornito di due fori. Il primo de' quali può chiudersi da una cataratta amovibile, ed il secondo riceve un lungo sifone, il quale essendo saldato allo stesso Parallelepipedo si allunga in sù molti piedi. Un tal Parallelepipedo adopravano in questo modo. Conficcavano un lungo palo di ferro fino al fondo del fiume. Ad esso raccomandavano il vaso di latta in tal modo, che quella faccia, la qual portava la cataratta, fosse rivolta al filo dell' acqua perpendicolarmente, ed in tanto il foro venisse a calare a quella profondità, che loro piacesse. Tenevano alla riva un osservatore, il quale con un pendolo di nota lunghezza ne con-*

(a) Ivi Prop. 46.

contasse le vibrazioni. Ad un medesimo istante un altro osservatore, che in un battello regolava la latta, alzava con una fusta la cataratta, e l' altro cominciava a numerare le vibrazioni. L' acqua cominciava a riemprie il Parallelepipedo, scacciandone l' aria, che per mezzo del lungo sifone cedeva il luogo. Finalmente ad uno stesso istante e l' uno osservatore finiva di contare le vibrazioni, e l' altro serrava destramente la cataratta. La quantità dell' acqua, che nel noto tempo era entrata in quel vaso, indicava la real velocità di quello strato, a cui il foro si faceva discendere. Inalzando, o abbassando colla guida del palo un tale strumento, si veniva in chiaro delle diverse velocità a profondità diverse. Questo strumento, che considerato in tutte le sue circostanze, è il migliore di quanti erano stati prima trovati, non è esente da qualche difficoltà, e difetto. Il quadrante, e la squadra si possono mettere in opera e ne' fiumi, e nel mare, ma questo Parallelepipedo non può servire per altro, che pe' fiumi. Non può servire nè pure in tutti i fiumi. Poichè se la profondità del fiume sia grande si stenterà a maneggiarlo. Inoltre esso non ha quella semplicità, e sbrigatezza, che è purtanto necessaria per l' uso comodo degli strumenti. Aggiungerò a queste cose qualche altra d' importanza maggiore. Io non so, se la Teoria

di questo strumento sia sicura. L' acqua, che dentro il vaso si trova, è forse una sicura, e indubitata misura della velocità? Convien pensare, che le stesse pareti di latta anno a ritardare assai sensibilmente il moto dell' acqua, che loro si accosta: Onde nel foro l' acqua giugnerà con velocità minor della vera. Questo pensiero è confermato da una sperienza, che lo stesso P. Abate Grandi come testimonio di veduta ci attesta.[a] *Egli dice, che inalzando il foro a fior d' acqua, e tenendo la cataratta lungo tempo aperta, neppure una goccia d' acqua entrava nel vaso, e pure la superficie dell' acqua veniva a corrispondere all' orlo superiore del foro. Questo fenomeno, che con maraviglia fù da que' valentuomini osservato, a qual' altra cagione può attribuirsi, fuori che alla grandissima diminuzione della velocità della superficie per l' impedimento delle pareti del vaso stesso? Bisogna dire, che tal diminuzione giugnesse a segno, che la forza dell' acqua non era capace di cacciar l' aria dentro il vaso racchiusa. Questa medesima sperienza mi fa in questo punto sovvenire d' un altra difficoltà. In questo sensibil ritardamento, che fa l' opposizione del vaso Idrometrico, il Cilindro dell' acqua superiore al foro, quando esso è immerso a qualche profondità, deve*

pur

(a) Ivi Prop. 46. Scholio 1.

pur gravitare ſopra lo ſteſſo foro. Onde la velocità dell' acqua, che paſſa per eſſo, è per queſta ragione accreſciuta. Sicchè l' acqua dentro un certo tempo raccoltà ſarà in parte un' effetto di queſta preſſione, e non ſarà effetto ſolo, e pieno della velocità dello ſtrato. Vero è, che potrebbe ſoſpettarſi, che queſto ſecondo vizio poſſa eſſere il rimedio del primo, e che queſto eceſſo poſſa compenſare il primo difetto. Ma a penſarci ſeriamente, e mettere in conto tutte le circoſtanze di queſta macchina, queſto compenſo non ſi trova eſatto.

§. VII. *Fu pur penſato ad un altro artifizio per determinare le velocità a diverſi ſtrati del fluido. Queſto era una caſſetta Idrometrica ſomigliante alla prima, e da adoperarſi, e maneggiarſi in ſomigliante maniera. Ma la velocità quì era diverſamente miſurata. Poichè per quel foro armato di cataratta, deve, quando queſta è alzata, formarſi dentro la ſteſsa caſsetta uno Zampillo di fluido, che ſcorrerà per un arco Parabolico. Diviſavano adunque con alcuni ingegni di poter determinare l' ampiezza Orizzontale, e l' altezza del vertice della Parabola. Poichè l' altezza del vertice è un Elemento, da cui s' inferiſce il tempo, in cui l' arco Parabolico ſi deſcrive; e l' ampiezza è lo ſpazio, che con moto equabile, e colla velocità impreſsa, onde il fluido ſi muove, vien deſcritto. Ma ben toſto*

ſto gli autori di queſta invenzione ſi avveddero, che queſto è un di que' metodi all' apparenza ingannevoli. Poichè è coſa in pratica sì difficile la giuſta ſtima di quell' altezza, ed ampiezza, la quale per non recar groſſi errori dovrìa eſser coll' ultima ſquiſitezza oſservata, che i loro autori ne abbandonaron l' impreſa.

§. VIII. *In tante, e così varie, ed ingegnoſe maniere ſi era da gran tempo in Italia ſtudiato per rinvenir la giuſta miſura delle velocità, quando in Francia il Sig. Pitot Membro di quell' inſigne Accademia delle ſcienze, ignorando i diverſi tentativi fatti in Italia già da gran tempo* [a], *applicò l' animo ad una nuova, e ſempliciſſima maniera di ſtimar le velocità circa l' anno* 1731. *Pigliſi adunque un Cilindro ſcavato di criſtallo aperto da amendue le parti, il quale vada in una eſtremità a terminare in un gomito, che abbia una direzion perpendicolare al più lungo tubo. Un tal Cilindro guarnito della ſua cuſtodia ſi ſommerga nel fluido in tal modo, che il gomito perpendicolare colla ſua apertura riguardi il filo dell' acqua vegnente. Queſta ſpignerà l' acqua, di cui toſto ſi empie il Cilindro, e con tale ſpinta farà inalzare ſopra il livello del fluido corrente quel fluido fermo, che è racchiuſo nel detto Cilindro. La quantità di queſto*

(a) Memorie della Real Accademia delle ſcienze l' anno 1732. Pag. 506. e ſeguenti Ediz. d' Aſterdam.

sto inalzamento immediatamente determina la velocità del fluido, che colla spinta lo cagiona, e lo conserva. Poichè è dimostrato, che tal velocità è uguale a quella, che lo stesso fluido guadagnerebbe, se cadesse liberamente da una altezza, che sia uguale all' inalzamento di quel livello. [a] *Questo è uno strumento degno di commendazione. Poichè esso può valere e alla conoscenza della velocità assoluta delle acque correnti, e alla determinazione della respettiva delle acque marine. Egli è semplicissimo, e sbrigatissimo. Con una occhiata, che diasi alle divisioni indicanti l' inalzamento dell' interno livello, ed un altra ad una tavola a questo effetto calcolata, si sa il giusto valore della velocità. Una sola cosa par che si possa in esso desiderare, e questa è una maggior sensibilità nelle piccole velocità, che abbia il fluido corrente. Si sa, che una qualche tenacità, che anno le acque, massimamente, se sien torbide, e limacciose, una qualche scabrosità, che anno i tubi, e l' attrazione medesima de' tubi, e de' fluidi (aggiugnerebbono i Neutoniani) sono una cagione di qualche aderenza, e inalzamento dell' acqua nelle interne pareti de' Cilindri. Il che ci toglie di poterci assicurare dentro il termine di una linea del giusto livello del fluido, massimamente se il Cilindro,* *che*

(a) Memoires de l' Acad. Royal. l' an. 1732. Pag. 518. e seg.

che lo racchiude, ſia agitato da qualche moto. Ora l' inalzamento del livello del fluido racchiuſo nel tubo di poco oltrepaſsa una linea, quando l' eſterno fluido muoveſi con una velocità da ſcorrere 8. dita Parigine in un ſecondo di tempo. Secondo la tavola del Sig. Pitot [(a)] *la velocità detta di 8. pollici per ſecondo produce un inalzamento di livello di* 1. linea $1\frac{5}{7}$ punti. *Queſta ſteſsa miſura io la credo alquanto avvantaggiata. Poichè il mio calcolo mi ſomminiſtra* 1. linea $\frac{6}{100}$ di linea. *Che dirò io, ſe la velocità ſia di quattro dita per ſecondo? Allora, ſecondo il mio calcolo l' inalzamento ſarà di ſole* $\frac{26}{100}$ *di linea, cioè* $\frac{1}{4}$ *di linea proſſimamente. Ora* $\frac{1}{4}$ *di linea in ſimili circoſtanze è una miſura inoſservabile. Queſte velocità di* 4, *ovvero* 8 *Pollici per ſecondo non ſono una sì piccola coſa, che molti fiumi, e canali non l' abbiano di fatto per qualche meſe dell' anno. Conviene inoltre conſiderare, che due velocità piccole, e contigue, come ſarebbe quella di* 4 *dita per ſecondo, e di* 5 *dita per ſecondo, mutano sì inſenſibilmente il livello, che ogni perſona reſterà dubbioſa, qual delle due ſi abbia a traſcegliere. Poichè la prima velocità ſoſpigne, come ho detto, il livello di* $\frac{26}{100}$ *di linea, e la ſeconda lo ſoſpigne ſol tanto di* $\frac{41}{100}$ *di li-*

(a) Ivi Pag. 519.

linea. La differenza di questi due livelli è di $\frac{15}{100}$ di linea, differenza, che deve sfuggire l'acutezza di ogni osservatore in questo strumento.

§. IX. Fin quì io ho narrati i pensamenti, e le invenzioni degli altri, ora è tempo, che io renda ragion delle mie. Il primo vanto, che un istrumento delle velocità dee portare, esso è di essere assai sensibile alle mutazioni delle velocità del fluido. Su questa considerazione mi si presentò nell' animo l' eccellenza, che avrebbe un piombino sommerso, in questa dote della sensibilità. Io posso variare il Diametro del globo impiccolendolo all' infinito; ed è cosa certa, che una tal diminuzione porta un angolo di deviazione maggiore, e perciò una tangente maggiore, essendo la stessa la velocità del fluido. Inoltre lasciando il Diametro della stessa misura, sta in mia mano di sceglier globi, che abbiano le specifiche gravità sempre minori, purchè sia essa maggiore della specifica gravità del fluido. Dunque scemando questa specifica gravità a mio piacere, io avrò sempre un angolo, ed una tangente maggiore nelle stesse velocità del fluido. Di più lo strumento, o sia un quadrante, od una squadra, io posso ingrandirlo; e perciò posso ad una data velocità di fluido corrente, determinare il Diametro del globo, e la sua specifica gravità, che mi porti un angolo dato, ed una data tangente. Dunque combinan-

do

do insieme il Diametro del globo, la sua specifica gravità, e le dimensioni del quadrante, e della squadra, starà in mia mano di dare quella sensibilità, che mi piacerà al mio strumento. Onde per questo riguardo il quadrante del Guglielmini va preferito a qualunque altro strumento.

§. X. *Ma esso per le esposte ragioni è affatto impraticabile. La Teoria delle tangenti è dubbiosa, nè sappiamo, se il Guglielmini, ed il Grandi, ovvero l'Ermanno abbia dato nel segno. Mi fu dunque necessario di entrare con indifferenza nell' esame della Teoria, e di ripigliarla alquanto da alto per appoggiarla a' principj a tutti certi, ed indubitati. Mi pare di aver trovato, e dimostrato, che tali principj mettono nella proporzion dell' Ermanno; e che non già nella semplice, ma nella duplicata delle velocità siano le tangenti del quadrante. Nè mi son fidato alla sola Teoria, ma ho voluto ancora interrogar la sperienza, la quale si è trovata perfettamente d' accordo colla Teoria. Sgombrato questo dubbio, che rendeva affatto inutile il quadrante, restano, chiare le proporzioni delle velocità, ma come faremo noi a determinare le velocità assolute? Questa determinazione mi è stata ugualmente facile. Poichè la stessa Teoria mi ha da se stessa somministrata la misura non solamente delle respettive, ma eziandìo*

dìo delle assolute velocità. Sicchè con una osservazione si determina la real velocità del fluido, che sospigne il piombino di noto Diametro, e di nota specifica gravità rispetto alla gravità del fluido. Ecco dunque rettificato il quadrante, o per dir meglio, eccolo rinnovato in tal modo, che non è più quel di prima. Ma con tutta questa riforma, qualche piccol difetto gli restava, e questo era di malagevol rimedio. La curvatura del filo, il quale con una sua cima era sospeso al centro del quadrante, e coll' altra sosteneva il globo sommerso, turbava la giusta stima della tangente. Non solamente la sua curvità, ma ancora la sua eccentricità poteva recare qualche piccolissimo errore. Poichè la direzione ultima del filo verso il punto della sospensione del globo, non veniva a passar pel centro di esso, ma ne restava lontana un piccolo spazio, che eccentricità *può chiamarsi.*

§. XI. *Per le quali considerazioni mi nacque nello spirito un altra idea diversissima dalle passate, la quale mi era eccitata dalla mia medesima Teoria. Essa mi somministrava la giusta stima della forza, che al centro del quadrante faceva il globo sommerso per mezzo del filo, che ad esso lo congiungeva. Questa forza non era sempre la stessa, ma andava sempre crescendo col crescer degli angoli, e per ciò delle velocità; e ciò con una propor-*

porzione assai facile, che era quella delle seganti degli angoli di deviazione del piombino sommerso dalla linea verticale. Come questa stiratura, o forza era un effetto bastevole a indicar la velocità, che si cerca, mi cadde nell' animo di rintracciar la cagione per mezzo di questo effetto. Il che non poteva farsi, se prima questo stesso effetto non si rendeva chiaro, e palese per mezzo di qualche strumento. Ecco dunque dove le mie ricerche si son fermate, a costruire uno strumento, che dia sensibile, e chiaro segno delle diverse forze, che fa il piombino sommerso contro un punto immobile di sospensione. Da queste forze si passa a determinar la segante dell' angolo senza alcun uso del quadrante; e da questa segante la tangente, e dalla tangente la real velocità, da cui è spinto quel piombino, che esercita sul punto fisso quella tal forza. Così si ottiene lo stesso fine senza incontrare le aberrazioni, ed eccentricità del filo, senza il quadrante, la cui posizione, ed uso può parer cosa composta. Così si apresta a' Naviganti un più spedito strumento, per fissare la velocità del Naviglio, anco nelle più grandi agitazioni. Un altro vantaggio è riposto in questo nuovo metodo, che in esso qualunque siasi l' inclinazione del letto de' fiumi, o de' canali, si rintraccia con sicurezza la velocità. Del quadrante non è così. Poichè se il letto del fiume abbia un' inclina-

na-

nazione sensibile, come spesso succede, la posizione della tangente del quadrante non può essere Orizzontale, ma doverebbe cercarsi il Parallelismo colla direzione del fondo. E questo Parallelismo in qual modo noi l' otterremo? Ora nell' ultimo strumento, che io propongo, qualunque siasi l' inclinazione del fondo, l' applicazione, e il risultato è affatto il medesimo. Una sola cosa potrebbe cercarsi per conferma di quest' ultimo metodo, cioè l' esperienza. Ma io non ho ne tempo, nè modo per sodisfare in questa parte all' altrui desiderio, ed al mio.

§. XII. *Finalmente con queste considerazioni, e stramenti, può recarsi un qualche giovamento alla Fisica. La velocità de' venti è un Elemento, che entra in molte delle sue più belle, e più plausibili ricerche. Vi sono molti metodi, onde questa velocità è stata rintracciata; ma a farvi sopra qualche riflessione si trova in essi della grande inesattezza. Uno de' più accurati metodi suol essere riputato quello del Sig. Derham, il quale dalla diversità del tempo, che il suono impiegava a scorrere un grande spazio, o quando l' aria era ferma, o quando era da un vento gagliardo, e favorevole al suono agitata, prende giudizio della velocità de' venti medesimi. Questo metodo suppone il moto equabile de' venti, e su questa equabilità è fondato. Ma è facile a persuadersi del grande ritardamento, che alla*

cor-

corrente dell' aria mossa, che noi chiamiamo vento, *cagiona l' aria circostante. Se questo moto fosse uniformemente ritardato, quanto sbilancerebbe la stima della velocità? sbilancerebbe talvolta del doppio, cioè sarebbe essa dupla della già stabilità. Io mi sono ingegnato di adattare un leggerissimo piombino alla stima de' venti. Gli Anemometri, che sono stati inventati, sono macchine composte, le quali patiscono delle grandi resistenze, ed ordinariamente somministrano le sole proporzioni delle velocità, onde i venti si muovano. Pare adunque dalle cose finora esposte, che il desiderio di giovare a Naviganti, a Meccanici, ed a' Fisici, e di promuovere, per quanto per me si può, il publico bene, sia stato quello, che mi abbia animato a questa mia qualunque fatica. La qual terminata, bisognava pensare a metter compimento alla Teoria degli angoli di deviazione, che fanno i solidi sommersi in un fluido mosso con velocità o uguali, o diverse a diversi strati. Pe' quadranti, o altri strumenti delle velocità, un piccol globo poteva considerarsi come un punto, sopra cui però l' azione del fluido fosse quella stessa, che in tutto il globo era divisa, e le velocità del fluido in uno strato di altezza uguale al diametro del piccol globo, potean considerarsi come costanti. Ma queste due Ipotesi son false amendue, e benchè l' error, che nasceva dal non tenerne* *al-*

alcun conto fosse disprezzabile, pure non doveva tralasciarsi di sciogliere il Problema nelle sue giuste Ipotesi geometricamente. Inoltre la presente materia richiedeva, che la Teoria si stendesse a qualunque solido tuffato in un fluido mosso colle date velocità, ad un Cilindro, ad una Piramide, ad un Cono. Pertanto con alcune proposizioni, colle quali metto fine a questa operetta, ho procurato di ampliare il Problema degli angoli di deviazione a qualuuque solido dato sostenuto da un fluido di nota specifica gravità, i cui strati si muovano colle date velocità. Il che io ho fatto brevissimamente, e tanto più volentieri, quanto che l' ampliazione di questo stesso Problema era di real giovamento per la stima più giusta delle velocità. Io mi sarei ben guardato dallo studiare sopra una Teoria, la quale uscita dal mio studio non sarebbe stata capace di recare alcun giovamento alle arti, e alla civile Società.

LEM-

LEMMA I.

SE un corpo M, che possiamo assumere come sferico, sia collocato tra due piani A C, B C, che comprendano l'angolo retto A C B, e siano in qualunque posizione rispetto all'Orizzontale A B, o alla verticale C F, dico, che le gravitazioni respettive di quel corpo contro questi piani sono in ragione delle lunghezze C B, C A degli stessi piani rispetto all'Orizzontale A B. FIG. I.

Poichè la verticale F C distendasi fino al punto D arbitrariamente, e si assuma la C D come espressiva del peso del corpo M, o della sua gravitazione assoluta, che sarebbe quella, la quale egli esercitasse contro il piano Orizzontale D O. Stendasi ancora la A C indefinitamente, e dal punto D conducasi la D E perpendicolare alla C E. La gravitazione assoluta C D viene a risolversi nelle due respettive D E, C E, delle quali la prima D E essendo parallela alla C B, niente agisce contro questo stesso piano, ed esercita la sua azione total-

mente contro il piano A E. Sicchè la DE rappreſenterà la gravitazione reſpettiva contro il piano AE. Similmente la C E rappreſenterà la gravitazione reſpettiva contro il piano C B. Ma per la ſomiglianza de' triangoli ſta DE:CE=AC:BC. Onde ſarà la gravitazion reſpettiva del corpo M contro il piano CA alla gravitazion dello ſteſſo contro il piano CB, come la lunghezza C A alla lunghezza CB. Ciò &c.

COROLLARIO I.

Se dunque aſſumaſi la A C come eſpreſſiva della gravitazione del corpo M contro il piano A C, la C B eſprimerà la gravitazion reſpettiva contro il piano C B, e la A B eſprimerà la gravitazione aſſoluta, ovvero il peſo aſſoluto del corpo M.

COROLLARIO II.

Se dunque ſoſpendaſi un peſo Z, il qual ſoſtenga il corpo premente M ſecondo la direzione N M parallela al piano A C, e facciaſi il peſo del globo M al peſo del corpo ſoſtentante Z, come A B a B C, il peſo Z equivalerà alla reſiſtenza del piano C B, e farà equilibro col peſo M sdrucciolante ſecondo il piano A E.

COROLLARIO III.

Valendoſi de' ſeni invece delle lunghezze di detti piani, ſarà la gravitazione aſſoluta alla reſpettiva, come il ſen totale al ſen dell'angolo, che il piano fa colla verticale. Poichè

pi-

pigliandosi A B come seno totale, sarà A C come il seno dell' angolo A B C, il quale uguaglia l' angolo A C F. Similmente C B sarà come il seno dell' angolo C A B il quale uguaglia l' angolo B C F. Onde le respettive gravitazioni saranno fra di loro come i seni degli angoli, che la verticale fa con que' piani.

LEMMA II.

SE un corpo qualunque M prema due piani collocati ad angoli retti, in qualunque posizione essi siano rispetto alla linea Orizzontale, determinare il peso Z, che con una direzione Orizzontale M N possa sostenere, ed equilibrare il detto corpo in un de' due piani per esempio A C. FIG. II.

Dal punto B di una qualunque Orizzontale B A conducasi la B O perpendicolare alla C B, e stendendo l' Orizzontale C E, e producendo la C B, mettasi la V E, che sia parallela alla B O, ed eguale alla B C. Dico che la C E esprimerà il peso Z; cioè facendo la A B alla C E come il peso M al quarto proporzionale, questo sarà uguale al peso sostentante Z, che si cercava.

Poichè la C B esprime la gravitazione respettiva del peso M contro il piano B C, (*Lemma I.*) la qual gravitazione avrà la direzion perpendicolare al detto piano. Onde la E V, che è stata posta ed uguale alla C B, e perpendicolare alla C V, rappresenterà la quan-

tità, e la direzione di quella gravitazione. Ora, se la C E si pigli come una gravitazione, essa si risolverà nelle due E V, V C; delle quali la V E agirà perpendicolarmente contro il piano B C, e la V C contro il piano A C: ed uguaglierà l' effetto di amendue, cioè eguaglierà la gravitazione respettiva del peso M contro il piano B C, ed accrescerà alla gravitazione respettiva contro il piano A C una nuova gravitazione rappresentata dalla C V. Onde esprimendo la A B il peso di M, se facciasi A B: C E = M : Z; e se si applichi questo peso Z per direzione Orizzontale N M, questo peso Z sosterrà il corpo M, sicchè niente graviti sopra il piano B C, e dall'altra parte non salga sopra il piano C A, nel che consiste l' Equilibrio. Ciò ec.

COROLLARIO I.

Dalla dimostrazione recata si può ricavare di quanto il piano A C resti aggravato coll' accrescimento del peso sostentante Z. Poichè è stato dimostrato, che la C V rappresenta l'accrescimento della pressione. Onde l' aggregato delle due linee A C, C V esprimerà tutta la pressione contro il piano A C. Onde se si volesse un peso X, che secondo la direzione M P parallela alla C B dovesse sostenere il peso M colla giunta di Z, basterebbe trovare la quarta proporzionale tra la linea A B, l' aggregato delle due A C, C V, ed il peso M.

Co-

COROLLARIO II.

Il ſen totale dicaſi $= t$.
Il ſeno dell' angolo B A C $= s$
Il ſeno del ſuo complemento A B C $= c$
Il peſo premente M dicaſi p.
Sarà 1.° la gravitazion reſpettiva contro il piano A C $= \frac{cp}{t}$
Sarà 2.° la gravitazion contro il piano C B $= \frac{sp}{t}$. E ſe la A B, che eſprime il peſo del corpo M, dicaſi p, ſarà la B C $= \frac{sp}{t}$.
Ma per la ſomiglianza de' triangoli E V C, A C B ſarà A C : A B = V E : C E. Onde nel valore analitico ſarà $\frac{cp}{t} : p = \frac{sp}{t} : CE$

$$\text{ovvero } \frac{c}{t} : 1 = \frac{sp}{t} : \frac{s}{c}p = CE.$$

COROLLARIO III.

Se dunque lo ſteſſo peſo M premente l' angolo retto vada diverſamente gravitando ſopra il lato C B ſecondo le diverſe poſizioni di queſto lato, ſaranno ſempre i peſi traenti orizzontalmente, e ſoſtentanti Z in ragion compoſta della diretta de' ſeni dell' angolo B A C, e della reciproca de' ſeni dell' angolo C B A, cioè in ragion compoſta della diretta delle linee C B, e reciproca delle linee C A. Ma ſe la C A pigliſi coſtantemente come il raggio, e la C B come la tangente dell' angolo C A B,

ſarà il peſo ſoſtenente Z in ragion compoſta della diretta delle tangenti, e reciproca de' raggi. Or eſſendo queſta ſeconda ragione coſtante, ſaranno i peſi Z ſoſtentanti ſotto diverſi angoli, come le ſemplici tangenti degli angoli C A B, ovvero F C B.

COROLLARIO IV.

Per la ſteſſa ſomiglianza de' due triangoli A C B, E V C, abbiamo A C : C B = V E : C V cioè $c : s = s : \frac{s^2}{c}$. Onde C V ſarà uguale a $\frac{s^2}{c}$. Onde A C $\dagger$ C V $= c \dagger \frac{s^2}{c}$. Se dunque vogliaſi un peſo, che equivalga alla preſſione, che patiſce il piano A C aggravato non ſolamente del peſo premente M, ma ancora dal ſoſtentante Z, queſto peſo ſarà uguale a $\frac{cp}{t} \dagger \frac{s^2 p}{c\,t}$. Dunque la gravitazione del peſo M ſopra un piano Orizzontale, o ciò, che è lo ſteſſo, lo sforzo dello ſteſſo peſo M ſoſpeſo liberamente, ed in quiete contro il punto di ſoſpenſione H, ſarà allo sforzo contro il piano A C, o ciò, che è lo ſteſſo sforzo contro il punto fiſſo P, che ſia il punto di ſoſpenſione di un filo P M parallelo al lato C B; ſarà, diſſi, come

$$p : \frac{cp}{t} \dagger \frac{s^2 p}{c\,t}$$

Cioè come $c\,t : c^2 \dagger s^2$

Cioè come il rettangolo della C A nella A B al quadrato della A B; ovvero come la C A alla AB. Onde abbiamo queſto Teorema. *La preſſione*

del peso M contro un piano Orizzontale C E sarà alla pressione dello stesso peso M contro il piano A C per la doppia pigiatura, cioè della gravità respettiva, e del peso sostentante Z, come la A C alla A B, cioè come il sen dell' angolo C B A al sen totale. Ma pigliandosi la A C come costante, o come raggio, la A B sarà la segante dell' angolo B A C. Onde sarà la pressione contro il piano Orizzontale alla pressione contro il piano A C, come il sen totale alla segante dell' angolo B A C, ovvero dell' angolo H C B.

Che se al piano A C sostituiscasi il punto fisso P, per cui si resista allo stesso peso M per mezzo del filo inflessibile P C disteso perpendicolarmente alla A C, sarà pure la pressione del peso M contro il punto fisso H, alla pressione dello stesso contro il punto fisso P nelle circostanze già dette, come il sen totale alla segante dell' angolo H C B.

LEMMA III.

La pressione, che un fluido contenuto in un cannel verticale esercita contro il fondo di questo cannello è uguale alla pressione, che lo stesso fluido eserciterebbe contro il fondo, se cadesse dall' altezza dello stesso cannello.

Io tralascerò la dimostrazione di questa Proposizione, che è ovvia in tutti i trattati di Idraulica, o Idrosdatica. E quando altro

mancasse si può immediatamente dedurre dal Teorema II. dell'Idraulica del Sig. Wolfio [a]. Sia dunque A B un tal Cilindro pieno di un qualunque fluido, dicesi, che il fondo B, sarà premuto colla stessa pressione da tutto il soprastante fluido B A, colla quale in un tempo infinitesimo sarebbe premuto dalle particelle del fluido cadente per l' altezza A B.

FIG. III.

COROLLARIO I.

Se dunque lo stesso fluido scorresse con una velocità finita Orizzontalmente per un canale C B, e premesse così il fondo B, a questo fluido può sostituirsi un cilindro verticale A B dello stesso fluido, e di altezza tale, quale bisogna, per acquistar la velocità del fluido corrente C B. Questa sostituzione è solo in ordine all' effetto di premere colla stessa pressione il fondo B.

ANNOTAZIONE.

Da questo stesso Teorema, e dalla sperienza medesima si fa manifesto, che se nel fondo B di un Cilindro finito si concepisca aperto instantaneamente un piccolissimo foro, il quale abbia collo stesso fondo una piccolissima proporzione, il fluido comincerà a sboccare da quell' apertura con quella medesima velocità, colla quale avrebbe finita la caduta dall' altezza A B. Passerà dunque il fluido dalla quiete alla velocità finita in un tempicello. Onde non

(a) *Tom. II. pag. 342. Ed. di Gin. 1733.*

non guadagnerà quella velocità paſſando per infiniti gradi di velocità ſempre, e poi ſempre maggiori, ma paſſerà ſaltando dalla quiete alla finita velocità. Queſto dunque ſarà quel ſalto tanto abborrito da alcuni de' valenti Fiſici di queſto Secolo, tra' quali il Signor Giovanni Bernoulli lo vuol come un' aſſurdo, come una coſa contraria alle leggi naturali; intendendo, che qualunque o velocità, o forza finita debba eſſer venuta creſcendo gradatamente per le infinite velocità medie. Ma la natura non abborriſce queſti ſalti, e ſe non ſi vuol ſoſtificare, baſta badare all' eſempio da me recato, ed a qualche altro, di cui quì ſarebbe inopportuno di ragionarne.

LEMMA IV.

SE un fluido urti un globo A O B E con qualunque direzione F B, l' impreſſione, che eſſo farà ſulla ſuperficie sferica eſpoſta alla ſua direzione è uguale all' impreſſione, che farebbe ſopra la baſe di un Cilindro uguale in ſolidità allo ſteſſo globo, e che abbia la baſe uguale al cerchio maſſimo del globo A N B M. FIG. IV.

Poichè ſi conſideri un qualunque filo di acqua, o di fluido R *b a* V, che percuoterà la ſuperficie infiniteſima *a c*. Senza errore alcuno può conſiderarſi il globo come ſcavato da cellule infiniteſime, il cui piano *b a* ſia parallelo al

al cerchio maſſimo A N B M. Onde il filo dell' acqua V R *b a* può concepirſi come portato perpendicolarmente contro queſto piano *a b*. Ed eſſendo lo ſteſſo degli altri infiniti, i quali uguagliano la ſuperficie del cerchio maſſimo, tutto il fluido ſarà ſpinto per un piano uguale al cerchio maſſimo, ed a lui parallelo. Onde farà quella ſteſſa impreſſione, che farebbe urtando ſullo ſteſſo cerchio maſſimo, e trovando la ſteſſa reſiſtenza, che ſulla sfera, cioè trovando la ſteſſa maſſa, che è nella sfera. Cioè farà quella ſteſſa impreſſione, che farebbe ſopra un Cilindro della ſteſſa ſolidità, che la sfera, e di baſe uguale al cerchio maſſimo. Ciò ec.

Si può ancora conſiderar la porzion di fluido *c a e*, che forma un priſma come immobile, ed immobilmente ſoſtenuto, ed appoggiato dal fluido circoſtante; nel qual caſo il filo V *e c* R urterà direttamente contro il piano *c e*, che pongo parallelo al cerchio maſſimo; nella qual conſiderazione la dimoſtrazione è la ſteſſa.

PRO-

PROPOSIZIONE I.

Data la specifica gravità di un globo, il quale si tenga sospeso da un filo, la cui estremità sia immobile, e tuffato così in un fluido di data specifica gravità determinare la velocità del fluido, che faccia fare al piombino l' angolo dato.

FIG. V.

Sia il globo M sospeso dal filo M C, e sia C un punto immobile. Il fluido colla sua corrente trasporti il globo M per modo, che gli faccia fare l' angolo dato H C B. Questo è un angolo, che la direzione del piombino fa colla verticale C H. Se la velocità dell' acqua sia costante, ed una volta sia fatto l' equilibrio tra la forza del fluido per trasportare il globo, e la gravità, o peso del globo per accostarsi alla verticale C H, l' angolo H C B sarà pure costante. Or si consideri, che la resistenza, che fa il punto C per reggere il globo pendulo, è uguale a quella, che farebbe il piano A O perpendicolare alla O C secondo le Ipotesi del Lemma II. e suoi Corollari; e la spinta, che il fluido continuamente imprime al globo M per sostentarlo in quella posizione, è uguale alla forza del peso X, che sostentasse quel globo con direzione G M parallele alla direzione del fluido (*Lemma II. e suoi Corollari*). Ora se il Cilindro X fosse della specifica

ſpecifica gravità del fluido, e aveſſe la baſe uguale al cerchio maſſimo del globo, la ſua altezza ſarebbe uguale all' altezza del fluido, che poteſſe ſoſtentare il (*Lemma III.*) globo M, come è ſoſtentato dal fluido. Dunque un tal Cilindro avrà quell' altezza, della quale dovrebbe il fluido cadere, per guadagnare quella velocità, colla quale lo ſteſſo fluido urta quel globo. Onde a determinare la velocità del fluido baſta ſoltanto determinar l' altezza del Cilindro X della ſteſſa ſpecifica gravità del fluido, e la cui baſe ſia uguale al cerchio maſſimo del globo. Il che ſecondo il Lemma II. ſi farà agevolmente.

Eſſendo il globo M immerſo nel fluido, la ſua gravità reſpettiva è uguale alla differenza tra la ſua gravità ſpecifica, e quella del fluido. Onde in queſto caſo piglíſi la AB, la quale rappreſenti il peſo reſpettivo del globo M. Compiendo il Parallelogrammo ABNO ſi collochi la VE parallela alla BN, ed uguale alla BO. La linea OE rappreſenterà il peſo ſoſtentante X (*Lem. II.*) Ma il peſo X deve avere il volume proprio del fluido, il qual volume ſi determinerà per mezzo delle coſe già dette, e di un notiſſimo Teorema appreſſo i Meccanici. Queſto Teorema è, che i volumi de' Corpi ſien tra di loro in ragion compoſta della diretta de' peſi, e della reciproca delle ſpecifiche gravità. Sia dunque il peſo riſpettivo del globo M $= p$. Sarà il peſo di X $= \frac{T}{R} p$ (*Lem. II. Coroll. III.*) ſia

la

la gravità ſpecifica del fluido $= g$. La gravità ſpecifica del globo $=$ G. Sarà la gravità reſpettiva del globo immerſo nel fluido $= G - g$. Onde il ſuo volume ſarà $= \frac{p}{G - g}$.

Ma il peſo di $X = \frac{T}{R} p$. Onde il ſuo volume ſarà $= \frac{T}{g\,R} p$. Onde ſarà il volume del globo M al volume del peſo aqueo X, come $\frac{p}{G - g} : \frac{Tp}{g\,R} = \frac{1}{G - g} : \frac{T}{g\,R} = \frac{g\,R}{G - g} : T$, Dunque il volume del globo M dicaſi $= u$, ſarà il volume di $X = \frac{(G - g)\,T}{g\,R} \times u$. Determinato il volume, e data la baſe del Cilindro, che uguaglia il cerchio maſſimo del globo, ſecondo le leggi Stereometriche ſi determina l' altezza del Cilindro X, ed eſſendo tal altezza determinata, è ancor determinata la velocità, con cui da quell' altezza caderebbe il fluido. Or queſta velocità è uguale alla velocità del fluido. Ciò ec.

COROLLARIO I.

Applicando la general formola del volume, che ſi cercava, a qualche particolare eſempio, mettiamo, che l' angolo H C B ſia di 20,° che il fluido ſia l' acqua del mare, e che il globo ſia di ferro. Facendo il Raggio di 1000. parti, ſarà la tangente di quell' angolo di 363. delle ſteſſe parti. Onde $\frac{T}{R} = \frac{363}{1000}$. La gra-

vità

vità ſpecifica del ferro, alla gravità ſpecifica dell' acqua marina è come 764: 103 all' incirca. Onde la differenza delle ſpecifiche gravità ſarà come 661. Dunque ſarà il volume di $X = \frac{661}{103} \times \frac{363}{1000} \times u$.

COROLLARIO II.

Sia il diametro del globo $M = D$, l' altezza del Cilindro, che ſia uguale al globo in ſolidità, ed abbia per baſe un cerchio maſſimo dello ſteſſo globo, ſarà $= \frac{2}{3} D$. Poichè è dimoſtrato da Archimede, che il globo al Cilindro dell' iſteſſa altezza, che circoſcriva il globo, è come 2 : 3. Onde ſottraendo $\frac{1}{3}$ dall' altezza di queſto Cilindro, reſta l' altezza di $\frac{2}{3}$ D uguale alla sfera. Ma i Cilindri che hanno l' iſteſſa baſe, hanno i volumi in ragione delle altezze; onde ſarà $u : \frac{33}{1000} \times \frac{661}{103}\, u = \frac{2}{3} D$, all' altezza del Cilindro cercata. Onde queſt' altezza ſarà uguale a $\frac{363}{1000} \times \frac{661}{103} \times \frac{2}{3} D$.

Ora facciaſi D di ſei Pollici Parigini, verrà l' altezza del Cilindro nell' eſempio addotto di quaſi 9 Pollici. Ora la velocità di un corpo cadente da queſt' altezza è tale, che farebbe ſcorrere in un ſecondo di tempo quaſi di 6 piedi e $\frac{1}{2}$. Cioè il corpo, che cade da quell' altezza, ſe ſi laſcia equabilmente ſcorrere in 1'' di tempo, verrà a paſſare lo ſpazio quaſi di piedi 6 e $\frac{1}{2}$. Onde tal ſarà la velocità dell' acqua, che a quell' angolo ſoſtien quella palla. Sicchè ſi otterrà generalmente l' altezza cercata nel Cilindro $= \frac{T}{R} \times \frac{G-g}{g} \times \frac{2}{3} D$.

PRO-

PROPOSIZIONE II.

SE un corpo pendulo da un filo MC, la cui estremità C sia immobile, venga a deviare dalla verticale CH per l' urto di un fluido corrente, dico, che le tangenti degli angoli di deviazione HCM sotto diverse velocità dello stesso fluido sono in ragion duplicata delle medesime velocità.

L' altezza del Cilindro sostentante di cui nel Lem. II. e nella Prop. prima ho ragionato dicasi $= a$. Sarà (*Coroll. II. della Prop. I.*) $a = \frac{T}{R} \times \frac{G-g}{g} \times \frac{2}{3} D$. De' quali termini essendo costante ciascuno fuori de' due a e T, sarà l' altezza del Cilindro, come la tangente dell' angolo di deviazione. Ma l' altezza di questo Cilindro è uguale a quella, dalla quale cadendo il fluido, acquisterebbe la stessa velocità, con cui scorre, e queste altezze sono come ognun sà, in ragion duplicata delle velocità. Onde le tangenti degli angoli di deviazione saranno pure in ragion duplicata delle velocità. Ciò ec.

COROLLARIO I.

Che se si vada mutando non solamente la velocità del fluido corrente, ma la gravità specificha del solido immerso, e del fluido,

e i

e i diametri ancora della sfera, la ſteſſa formola ci ſomminiſtrerà una general Teoria, per cui ſaranno i quadrati delle velocità in ragion compoſta della diretta delle tangenti dell' angolo di deviazione, della diretta pure de' Diametri de' Globi, delle differenze delle due ſpecifiche gravità, e finalmente della reciproca delle gravità ſpecifiche de' fluidi.

COROLLARIO II.

Come dato l' angolo di deviazione ſi determina la velocità, così per converſo data la la velocità ſi determina l' angolo, a cui eſſa corriſponde. Poichè dalla velocità ſi sà qual ſia l' altezza da cui cadendo il fluido potrebbe acquiſtarla. Onde eſſendo

$$a = \frac{T}{R} \times \frac{G-g}{g} \times \tfrac{2}{3}D, \text{ ſarà } T = \frac{a\,R\,g}{(G-g)\times\frac{2}{3}D}$$

Si cerchi per eſempio quale abbia ad eſſer l' angolo, che corriſponda alla velocità di 5 piè Parigini, o di 10 pollici per ſecondo.

Primieramente dalla Tavola ſi ricava, che l' altezza, onde il corpo dee cadere per avere tal velocità ſia di 7. pollici 3. linee 6. punti ovvero linee $87\frac{1}{2}$ proſſimamente $= a$.

Inoltre ſarà come dianzi $g = 103$. ſarà $G - g = 661$. Mettendo il Diametro di 6 pollici ſarà $\frac{2}{3} = 4 = 48$ linee. Onde ſarà $T = \frac{10000 \times 87\frac{1}{2} \times 103}{661 \times 48} = 2890 = T$. Onde l' angolo corriſpondente ſarà di 16.° 8.′ Su tal fondamento ſono regolate le diviſioni della tangente

gente nella Meccanica delle velocità, nella quale a ciaſcun pollice di velocità corriſponde la ſua tangente.

COROLLARIO III.

Con queſta medeſima formola, data la velocità del fluido, l'angolo di deviazione, e la gravità ſpecifica dell' un de' due corpi, cioè o del ſolido, o del fluido, ſi può ritrovare la gravità ſpecifica dell' altro. Io tralaſcio queſta riduzion faciliſſima a qualunque principiante, che cominci a maneggiare un'equazione. Poſſono occorrere de' caſi, ne' quali queſto nuovo metodo di computare la gravità ſpecifica del fluido poſſa avere delle particolari utilità.

PROPOSIZIONE III.

COſtruire una Tavola delle altezze, dalle quali deve un corpo cader liberamente per acquiſtare le date velocità.

Si sà primieramente, che nelle cadute libere de' corpi nell' ipoteſi della gravità coſtante, la qual noi in queſto caſo poſſiamo adoperare ſenza pericolo di errore, le altezze delle cadute ſieno come i quadrati delle velocità. Onde date le velocità, ed una altezza qualunque ſi determinano agevolmente tutte le altezze corriſpondenti alle velocità date. In ſecondo luogo colle ſperienze, e molto più

accuratamente con un bel Teorema indicato prima dall' Ugenio, e poi messo in pratica dal Newton, si può accuratamente fissare, qual sia l'altezza, dalla quale un corpo liberamente cade dentro un dato tempo, che suol pigliarsi di un secondo. Il Teorema, di cui ho parlato è il seguente. Lo spazio scorso da un corpo liberamente cadente dentro il tempo di 1'', e alla metà della lunghezza di quel pendolo, la cui oscillazione intera facciasi in 1'', in ragion duplicata della circonferenza circolare al suo Diametro. E' finalmente notissimo, che se un corpo si movesse equabilmente con quella velocità, che esso ha guadagnata sul fine della sua libera caduta, esso dentro lo stesso tempo della caduta scorrerebbe uno spazio doppio della altezza della caduta. Se dunque sarà noto il valor giusto dell' altezza, da cui il corpo cade dentro 1'', il suo doppio ci rappresenterà bene la velocità dello stesso corpo da lui guadagnata nella caduta. Se per tanto le velocità date siano espresse per uno spazio, che il corpo descriverebbe dentro 1'' di tempo, si potrà formare la tavola con questa Analogia.

Come il quadrato di uno spazio doppio dell' altezza delle cadute dentro 1''.

Al quadrato della data velocità espressa per uno spazio, che con quella velocità il corpo scorrerebbe in 1''.

Così l' altezza, da cui cade il corpo in 1'', all' altezza cercata, cioè all' altezza, da cui il corpo liberamente cadendo guadagnerebbe la data velocità. Ciò ec.

Il

Il Signor Newton col ſopradetto Teorema determina l'altezza della caduta libera dentro

poll. lin.

1'' di piedi Parigini 15. 1. 2. † $\frac{1}{18}$. per la qual determinazione ſi ſerve della lunghezza del pendolo in quel tempo ſtabilita alla lati-

pi. lin.

tudine di Parigi, cioè di 3 8. $\frac{5}{9}$ (a). Ma il Signor Mairan colle più ſquiſite oſſervazioni, e ſperienze ha trovata la lunghezza del pendolo alla ſteſſa latitudine alquanto maggiore di quella, cioè di linee Parigine 440. 57., cioè

piedi linee

di 3. 8. $\frac{57}{100}$. Rinnovando il calcolo ſecondo tal lunghezza ſi trova l'altezza della caduta di linee 2174. 07. proſſimamente. Senza error ſenſibile poſſiamo aſſumere per l'altezza della caduta linee 2174, e la velocità guadagnata in tal caduta di 4348.

Facciaſi dunque come il quadrato di 4348. al quadrato della data velocità eſpreſſa in parti Omogenee, così 2174. al quarto, che ſarà l'altezza cercata.

Su tali elementi io ho calcolata la Tavola prima, diviſa in quattro colonne. Nella prima ſi eſprime lo ſpazio, che in un'ora il mobile deſcrive colla data velocità. Nella ſeconda lo ſpazio, che colla ſteſſa deſcrive in un minuto primo. Nella terza lo ſpazio, che deſcrive in un ſecondo. E finalmente nella quarta è rappreſentata l'altezza, dalla quale il mobile dee

(a) *Phil. Nat. Princ: Mathem. lib. 3. Prop. 19. Pag. 379. Ed. Cantabr.*

liberamente cadere per guadagnare la data velocità. La prima, e la ſeconda colonna ſerve per riſparmiar qualche computo a coloro, che appunto ſi ſoglion valere degli ſpazi orari, o di un minuto.

SCHOLIO.

Il Signor Pitot [a] innanzi a me ha calcolata una ſomigliante Tavola, ma egli ha giudicato di aſſumere l' altezza della caduta in 1'' di ſoli 14 piè Parigini, e la velocità di 28. piedi Egli non ci paleſa la ragione di queſta novità, ed a me non è riuſcito d' indovinarla. Onde avendo io appoggiata l' altezza, prima dal Newton, e poi da me computata, ad una Teoria, e ad un eſperienza, che non patiſcono eccezion veruna, ho dovuto ſecondo eſſa ripigliar da capo queſta noioſa fatica, che al mio intento è neceſſaria, ed in molti caſi utiliſſima. Si poſſon fare due altre rifleſſioni intorno all' altezza della caduta col detto metodo determinata. Se quella Teoria può incontrare qualche piccolo errore, eſſo è in oppoſta parte Poichè conduce più toſto a diminuire, che ad accreſcere ſopra il giuſto quell' altezza. Quel Teorema è vero geometricamente, quando le oſcillazioni ſi fanno per archi circolari infiniteſimi. Le oſſervazioni, che ſi fanno intorno a' Pendoli, non ſi fanno già ſulle oſcillazioni infiniteſime, ma finite. Ora una oſcillazione per un arco circolare fini-

(1) *Mem. de l' Acad. Royal. l' an.* 1732. *pag.* 519. *Ediz. d' Aſterdam.*

finito, piccolo quanto si voglia, si fa sempre in un maggior tempo, che l' oscillazione per l' arco infinitesimo alla stessa lunghezza del pendolo. Dunque i pendoli, su cui facciamo le sperienze, hanno ad essere un poco più corti, affinchè l' oscillazione si faccia dentro lo stesso tempo, in cui si farebbe per un' arco infinitesimo. Dunque la lunghezza del pendolo, che quì si adopera, è un pochino minor della giusta, cioè di quella, che secondo la Teoria dovrebbe adoperarsi. Onde anche l' altezza della caduta ricavata con tal Teoria pecca più tosto per difetto, che per eccesso. E' vero, che quest' errore sarà piccolissimo, e forse insensibile, ma qualunque siasi, esso è più tosto contrario, che favorevole alla misura del Pitot. Un' altra considerazione può farsi sulle resistenze, che un corpo liberamente cadente incontra per l' aria. Queste sono certo assai sensibili massimamente, quando le velocità son grandi, e non negherò, che anche sensibilmente diminuiscano lo spazio della caduta di un mobile dentro 1''. Ma si consideri altresì, che queste resistenze non hanno che far nulla al proposito del Signor Pitot, ed al mio. Poichè ed egli, ed io dobbiam cercare una velocità, che il corpo acquista nella sua libera caduta, e priva da qualunque resistenza. Le velocità, con cui da' lumi de' due Cilindri costantemente pieni di un fluido, sgorga lo stesso fluido, sono tali quali sarebbono se il fluido senza intoppo alcuno cadesse dalle altezze degli stessi Cilindri. Ora appunto queste

velocità fanno al caſo ſuo, e mio. Onde egli non ha potuto per queſto riguardo diminuire l' altezza perpendicolare della caduta. Oltre di che, ſe egli aveſſe voluto riguardar tal reſiſtenza, il calcolo delle altezze dipenderebbe dalla Teoria delle reſiſtenze, le quali muterebbono tutti affatto i ſuoi riſultati. Allora non ſerve la ſola Analogia delle altezze proporzionali a' quadrati delle velocità, ma biſogna tenere un' altra via. Le quali conſiderazioni, e qualche altra, che io tralaſcio, mi hanno determinato a rifar tutta la Tavola, ſtendendola anche aſſai più di quella del Pitot.

PROPOSIZIONE IV.

Date le ſpecifiche gravità del Globo, e del fluido, e le altezze, da cui il mobile dee cadere per acquiſtar le date velocità, calcolar le tangenti degli angoli di deviazion del piombino, le quali alle date velocità corriſpondono.

La Formola generale ſomminiſtra $T = \frac{a R g}{(G-g) \frac{2}{3} D}$ (*Prop. I. Coroll. II.*)

Poſſiamo fare il raggio R di parti ideali 1000. Poſſiamo aſſumere la gravità ſpecifica del globo doppia della gravità ſpecifica del fluido. Poichè al noſtro intento il ſervirſi delle gravità ſpecifiche, che hanno i noſtri corpi, ſarebbe coſa lunga, e noioſa. Onde ſarà meglio di

di adoperare una gravità ſpecifica artificiale. Sarà per tanto $G - g = 1$. E parimente $g = 1$. Finalmente ſi potrà fiſſare il Diametro D di 3 Pollici. Onde ſarà $\frac{2}{3}$ D = 2 pollici, o a 24 linee. Sarà dunque $T = \frac{a \times 1000}{24}$. Coll' uſo de' Logaritmi la coſtruzion della Tavola è agevoliſſima. Poichè eſſendo il Logaritmo di $\frac{1000}{24} = 1,61979$. per trovar la tangente altro non ſi dee fare, che aggiugnere un tal Logaritmo al Logaritmo corriſpondente all' altezza a. La ſomma di queſti due Logaritmi indicherà le parti milleſime della tangente.

Sia per eſempio la velocità a di 8. pollici per ſecondo, ſarà l' altezza corriſpondente (*Tavola I.*) di $\frac{106}{100}$ di linea.

Sarà dunque il Logaritmo di $\frac{1000}{24}$ = 1.61979
Il Logaritmo di $\frac{106}{100}$ = - - - - - 0. 02523

Somma = - - - - - - - - - - 1. 64502
cui ſi devono parti milleſime 44 per la tangente. Così è calcolata la tavola ſeconda.

COROLLARIO I.

Eſſendo le tangenti in parità di altre coſe come i Diametri de' globi reciprocamente, ſe ſi adoperi un globo, il cui Diametro ſia ſudduplo del primo, cioè di linee 18, la tangente ſarà dupla della prima alla ſteſſa velocità, e ſe il globo ſarà di Diametro ſubquadruplo, la tangente ſarà quadrupla della prima. Onde diminuendo a piacere i Diametri de' globi ſi

avrà una tangente grande quanto ſi vuole alla medeſima velocità.

COROLLARIO II.

Lo ſteſſo ingrandimento della tangente può ottenerſi, laſciando il Diametro del globo di 3 pollici, e mutando le ſpecifiche gravità. Poichè ſi faccia la gravità ſpecifica del globo alla gravità ſpecifica del fluido come 3 : 2. ſarà $\frac{g}{G-g} = \frac{2}{1} = 2$. Onde la tangente ſarà doppia della prima.

Si facciano le due gravità come 5 : 4, ſarà $\frac{g}{G-g} = 4$. Onde componendo le ragioni del I. e II. Cor. ſi può accreſcer la tangente a diſmiſura, e così a diſmiſura render ſenſibili le velocità. Così ſe il globo ſi faccia ſubquadruplo, e la ragione delle ſpecifiche gravità come 5 : 4, la tangente ſarà ſedici volte maggiore della calcolata ſul Diametro di 3 pollici, e ſulla ragione delle gravità ſpecifiche come 2 : 1.

COROLLARIO III.

Se dunque alla miſura delle velocità ſi adoperi un quadrante, che abbia due ſoli piè Parigini di Raggio, e vi ſi adatti per piombino il globo del Diametro di 3 pollici, il qual facciaſi di doppia ſpecifica gravità dell' acqua, colla velocità del recato eſempio di 8 pollici per ſecondo ſi verrà per eſſa ad avere una

tan-

tangente di 12. linee $\frac{672}{1000}$, la qual ſarà dal filo indicata. Ma lo ſtrumento del Signor Pitot nella (a) ſteſſa velocità del fluido indicherà un' altezza di 1. linea † $\frac{6}{100}$. Onde la ſenſibilità del quadrante alla ſenſibilità del ſifone ſtarà come 12 † $\frac{672}{1000}$: 1 † $\frac{6}{100}$. Ma queſta ſenſibilità nel Quadrante può comodamente eſſere ingrandita ſedici volte di più. (*Coroll. II.*) Onde la ſenſibilità del quadrante alla ſenſibilità del ſifone potrà farſi agevolmente come 212 † $\frac{752}{1000}$: 1 † $\frac{6}{100}$, cioè il quadrante può renderſi ſenſibile ducento volte, e più, che non ſi poſſa del ſifone del Signor Pitot, il quale in queſta parte non può ricever miglioramento.

COROLLARIO IV.

Per contrario nel quadrante può nelle grandi velocità ſcemarſi, come ſi vuol, la tangente. Il che è neceſſario di fare per comodo delle Oſſervazioni. Poichè ritenendo il globo del diametro di 3 pollici, la ſua gravità ſpecifica, riſpetto a quella del fluido può farſi come 3 : 1, ed allora verrà indicata una tangente ſuddupla della calcolata. Se le gravità faccianſi come 5 : 1, verrà indicata una tangente ſubquadrupla, e ſe come 7 : 1, ſubſeſtupla, e così in infinito. Il poter render queſto quadrante più, o meno ſenſibile, ſecondo che le velocità vanno, o ſcemando, o creſcendo

(1) *Mem. de l' Acad. Royal. l' an. 1732. pag. 518.*

ſcendo, è incredibile alla pratica quanto giovi. Come poi poſſa un tal quadrante coſtruirſi, e la gravità ſpecifica del globo diminuirſi, o accreſcerſi a piacere, ſarà per me dichiarato nelle ſeguenti Propoſizioni.

COROLLARIO V.

Eſſendo le altezze *a* come i Diametri D de' globi, ed eſſendo queſta altezza *a* come i quadrati delle velocità, ſaranno le velocità in ragion diretta ſudduplicata de' Diametri de' globi. Onde ſotto un globo ſubquadruplo di un altro, in parità di tutte le altre coſe, cade una velocità ſuddupla della prima, e ſotto un globo, il cui Diametro ſia un ſediceſimo di un altro, cade una velocità, che ſia ſubquadrupla della prima.

PROPOSIZIONE V.

COſtruire un Quadrante, il quale ſerva alla ſtima del viaggio maritimo, e delle velocità delle acque correnti.

In un aſſe di legno del più ſincero, e ſtagionato, che abbia la figura rappreſentata L P H B, e che ſia di giuſta groſſezza, ſi deſcriva un quadrante C I Z K, il qual potrà avere il Raggio di due piè Parigini, o di ſoldi 22, piccioli 4 del braccio Fiorentino proſſimamente. Per un ponticino fermato

FIG. VI.

mato

mato con due viti A B s' introduca nel foro centrale C un cilindretto di ferro, il cui asse venga a incontrare il centro medesimo del quadrante. Il Diametro di tal cilindretto sia molto piccolo, e la sua superficie ben lisciata al tornio. Nella parte lateral di questo quadrante facciasi nell' asse uno scavo Y V, il quale abbia la figura di un cilindro terminato da due Emisferi della stessa base, e sia segato con una Sezione, che passi per l' asse di esso. Nella parte inferiore di questo scavo si incastri un vasellino di cristallo D *a* E aperto nella parte superiore soltanto, ed in questo stesso vasellino s' incastri, e si fermi una specie di Micrometro D E, che abbia due fili, i quali seghinsi ad angoli retti, e siano in un piano perpendicolare al pian del quadrante. Nel punto superiore Y si faccia pendere un piombino Y V, il quale con suo piombo V resti sommerso nell' acqua, che a tale effetto s' infonde nel vaso fino all' altezza, o livello F G, e col suo filo venga a toccare l' incrociatura de' due fili, allora quando la verticale passa pel punto C, e pel principio della divisione I. Un tale scavo con questo tal piombino così immerso potrà esser ben chiuso da un cristallo, il cui piano resti al pian del quadrante, e la cui figura sia allo scavo conveniente. Questo tal piombino Y V serve per la giusta posizion del quadrante nel tempo dell' osservazione.

Il Raggio C R dividasi in 1000. parti uguali, e queste parti si trasportino nella R S, che è

una tangente del quadrante. Indi si trasportino nella S T, la quale indicherà le parti della tangente R S indefinitamente distesa. Oltre a questa divisione in parti uguali, si facciano le divisioni in parti disuguali nella linea sottoposta H P. Queste divisioni son quelle, che la tavola seconda rappresenta appunto in parti millesime del Raggio. A queste divisioni basterà scriverci quelle velocità, che la stessa seconda tavola rappresenta, cioè gli spazi, che in 1' di tempo il Mobile descrive colla data velocità. Queste stesse parti inuguali nella linea P L vanno prese, e segnate dependentemente dalle parti della tangente, le quali sono indicate dalla linea S T.

Distribuite così le due tangenti delle parti uguali, e delle inuguali, penseremo a formare i globi N *n*, M *m*, O *o*, i quali essendo per un filo sospesi al centro C del quadrante hanno a sommergersi nel fluido per secondarne i moti, e indicarne le velocità. Si facciano questi globi di legno, e sieno vuoti dentro, e invitati per una vite N *n*, la quale gli divida in due Emisferi. Siavi un gambo *g*, il qual pure si possa introdurre nel foro scavato per mezzo di una vite, ed aprirsi, quando si voglia lo stesso foro, per caricar più, o meno lo stesso globo. Il secondo globo M *m* sia simile in tutto al primo, ma abbia un Diametro, che sia la quarta parte di quello. Lo stesso dicasi del terzo *O o*, il quale dee avere un Diametro, che sia un quarto del secondo, o un sedicesimo del primo. Se il globo medio *M m*

abbia

abbia il Diametro di 3 pollici, il minore O o l' averà di 9. linee, il maggiore di 12. Pollici. Per difender questi globi dall' inzuppamento, si potranno e dentro, e fuori inverniciare con vernice, che resista all' acqua.

Per poter maneggiar questo quadrante, e adattarlo agli usi e terrestri, e maritimi, nel suo centro di gravità potrebbe fermarsi una nocella, la quale sporgesse infuori dalla parte opposta alla superficie anteriore P L C H, e facesse l' uffizio di rivoltare il quadrante per qualunque verso, ed a qualunque piano. Ma io lascerò di parlar più lungamente di essa, e degli altri pezzi, a cui essa dee raccomandarsi; poichè tali cose sono assai ovvie, e comuni, e ciascun può adattarle al bisogno.

Prima Rettificazion del Quadrante.

Prima di mettere in opera un tal quadrante, conviene, che esso sia rettificato con due rettificazioni, la prima delle quali riguarda la giusta posizione di esso, e la seconda riguarda la specifica gravità de' globi rispetto al fluido. Dunque si collochi tal quadrante sopra di un piano, che prima sia ben livellato, e posto Orizzontalmente. Sospendendo il globo, che dee andare in opera al centro C, si osservi, se il filo venga a coincidere col principio delle divisioni in I. Quando coinciderà, si guardi, se il filo resta parallelo al pian del quadrante, e se non sia, si faccia in modo, che venga ad esserlo. Quando il filo del globo verrà a passare pel principio delle divisioni, e

verrà

verrà ad eſſer parallelo al pian del quadrante, ſi paſſi ad oſſervare il piombino Y V. Il quale o paſſerà per l' interſezione dei due fili, e ſarà il quadrante rettificato; o non vi paſſerà, e allora ſi potrà mutare il punto di ſoſpenſione Y, o il micrometro D E, finchè accuratamente vi paſſi. Il che fatto, il quadrante avrà la prima rettificazione.

Seconda Rettificazion del Quadrante.

Per avere quella gravità ſpecifica de' globi, che noi vorremo, e che più ſarà acconcia alla ſquiſitezza dell' oſſervazion noſtra, faremo in tal modo. Il globo, che vuolſi adoperare, per eſempio il globo *N n*, ſi peſi con una accurata bilancia prima fuori, e poi dentro il fluido, e ſi vada aggiungendo ad eſſo del piombo, introducendolo nella cavità interiore per mezzo della vite *g* infino a tanto, che il peſo fuori del fluido alla differenza de' peſi fuori, e dentro il fluido, ſia nella proporzion, che ſi vuole. Si voglia per eſempio la proporzione del 2 : 1. Si carichi il globo di tanto peſo, finchè il ſuo peſo fuori dell' acqua ſia doppio del ſuo peſo nell' acqua. Si voglia la proporzione del 5:4. Si faccia in modo, che eſſo nel fluido peſi un quinto del ſuo peſo fuori del fluido. E ſimilmente parliſi degli altri caſi, avendo ſempre avanti agli occhi quel Teorema dell' Idroſtatica. *La gravità ſpecifica del ſolido, alla gravità ſpecifica del fluido, è come il peſo del ſolido fuori del fluido, alla differenza dei peſi dello ſteſſo ſolido, fuori, e dentro il fluido.*

Queſta

Queſta rettificazione è tanto più importante, quanto che le acque correnti per eſſere intorbidate dalle parti ſottiliſſime della terra, e le acque marine per la diverſità de' ſali, ſono ſoggette ad un divario grande di ſpecifica gravità, il qual recherebbe un ſenſibil divario nella velocità, che ſi vuol giuſtamente determinare. Affinchè una tal rettificazione ſi poſſa comodamente eſeguire o quando la nave fa viaggio, o quando l'acqua attualmente corre, io ho immaginato un facile, e comodo ſtrumento. Queſto conſiſte in un tubo aperto da amendue le parti come è A B D C, che può farſi anche di legno, e di qualunque figura o cilindrica, o di un Parallelepipedo. Sporga nella ſuperiore apertura A B una tavoletta F E attaccata al tubo. Alla tavoletta per un fuſto I L ſia raccomandata una bilancia G H. Al braccio di eſſa G ſi ſoſpenda il globo P, il qual ſi cali col tubo, finchè amendue ſien tuffati nell' acqua. All' altro braccio H ſi ſoſpenda il piattello N O ſecondo il ſolito, il quale da ſe farà equilibrio con un globetto ſoſpeſo all' eſtremità G. Così ſi tenti il peſo ſecondo il detto metodo, finchè diaſi nel ſegno. Il tubo A B D C difenderà il globo dalla ſpinta del fluido, quando o il tubo, o il fluido è in moto; e ſomminiſtrerà que' peſi, che ſi troverebbono ſul fluido in quiete. Se tornaſſe più in acconcio, ſi potrà eziandio adoperare il tubo A D chiuſo nel fondo C D, purchè vi s' infonda dell' acqua di quella ſteſſa, la cui velocità ſi eſplora, e ſi faccia la detta

FIG. VII

ſperien-

ſperienza, o nella ſteſſa nave, ſe ſiaſi in mare, o in terra ferma, ſe vogliaſi la velocità di una corrente.

Uſo del Quadrante.

Eſſendo il Quadrante così rettificato è facile il valerſene per la ſtima del viaggio maritimo, e della velocità di una corrente. Poichè 1.° eſſo ſi collochi per modo, che il ſuo piano ſia verticale, ſia parallelo alla direzione o della nave, o del fluido, ed il piombino Y V venga a battere ſull' incrociatura dei due fili del Micrometro 2.° ſoſpendendo per un ſottil filo il globo medio *M m* al centro del quadrante nel cilindro centrale C, il filo ſi allunghi tanto, che il globo venga a reſtar ſommerſo nel fluido, che lo traſporta. 3.° Quando il filo avrà finito di fare le ſue oſcillazioni, ed il globo ſarà in quiete, ſi guardi nella tangente H P del quadrante a qual diviſione eſſo corriſponda. Se la gravità ſpecifica del globo, e del fluido ſia come 2 : 1, la velocità della nave, o del fluido ſarà quella ſteſſa, che nel quadrante ſi trova ſcritta.

FIG. VI.

Se ſi adopera il globo *O o* ſubquadruplo del medio, e le gravità ſpecifiche ſiano come 2 : 1, la velocità della nave, o del fluido è la metà di quella, che nel quadrante è ſegnata (*Prop. IV. Cor. V.*)

Se per contrario ſi adopera il globo *N n* quadruplo del medio, la velocità ſarà doppia di quella, che il quadrante dimoſtra. (*Prop. IV. Cor. V.*)

Si

Se voglia mutarſi la proporzione delle ſpecifiche gravità, ſi troverà quella velocità, che conviene a tali gravità. Nella formola generale abbiamo *a* come $\frac{G-g}{g}$. Onde i quadrati delle velocità ſaranno come $\frac{G-g}{g}$ in parità delle altre coſe, e perciò le velocità ſaranno come $\sqrt{\frac{G-g}{g}}$, Ma nella Tavola II. $\frac{G-g}{g}=1$. Onde ſarà la velocità della tavola, alla velocità della ſperienza col globo medio, come $1 ; \sqrt{\frac{G-g}{g}}$, Sia per eſempio $G=5$, $g=4$. ſarà $\sqrt{\frac{G-g}{g}}=\sqrt{\frac{5-4}{4}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$, cioè la velocità della ſperienza ſarà la metà della velocità, che nella tavola è calcolata, ed è nel quadrante contraſſegnata.

COROLLARIO I.

Che ſe alcuno invece dell' artificial gravità vorrà ſervirſi della ſpecifica gravità, o del ferro, o del piombo, ſi potrà agevolmente determinare il valor del Diametro dei globi, come ne' due ſottopoſti eſempi ſi vede.

Esempio I. de' globi di ferro pel viaggio maritimo.

Sarà G = 764. g = 103. Onde G — g = 661. Sia la velocità della nave di tese 5800. per ora, cioè qualche cosa di più di due leghe Francesi di Marina, ciascuna delle quali si fa di 2855. [a]. Onde due leghe daranno 5710. tese.

Inoltre mettiamo, che la tangente dell' angolo sia doppia del raggio. Onde sarà R = 1, T = 2. Se un mobile liberamente cadente dovesse guadagnare la detta velocità, l' altezza della sua caduta dovrebbe essere di pi. 1. poll. 6. lin. 8. $\frac{2}{5}$ (*Tav. I.*) cioè di linee $222\frac{2}{5}$, cioè di particelle decime 2224. Essendo per l' equazion generale $D = \frac{3aRg}{2T(G-g)}$, sarà sostituendo i numeri di questo esempio $D = \frac{3 \times 2224 \times 1 \times 103}{2 \times 2 \times 261} = 260$ particelle decime di linea, cioè uguale a 26. linee Parigine. Che è il Diametro del globo di ferro, col quale il piombino farebbe l' angolo dato nell' acqua del mare.

Esempio II. de' globi di piombo pel viaggio maritimo.

Mettendo l' angolo stesso, sarà G = 2132. se il piombo sia d' Inghilterra. Onde sarà G — g = 1029. E se la velocità sia quella del primo

(a) *Memoires de l' Acad. Royal. an.* 1732. *pag.* 518. *Ediz. d' Asterdam.*

primo esempio, sarà $D = \frac{3 \times 2224 \times 1 \times 103}{2 \times 2 \times 2029} = 167$ particelle decime di linea Parigina prossimamente. Onde sarà il Diametro del globo di piombo di linee 16 † $\frac{7}{10}$ di linea.

Esempio III. de' globi di ferro per l' acqua corrente.

Poste le stesse Ipotesi, e posta la gravità specifica dell' acqua dolce come 100 sarà $D = \frac{3 \times 2224 \times 1 \times 100}{2 \times 2 \times 664} = 251$. particella. Onde sarà il Diametro di ferro per questo esempio di 25 linee $\frac{1}{10}$ di linea.

Esempio IV. de' globi di piombo per la velocità dell' acqua corrente.

Poste le medesime Ipotesi sarà
$D = \frac{3 \times 2224 \times 1 \times 100}{2 \times 2 \times 1032} = 161$ particella decima.
Onde sarà $D =$ linee 16 $\frac{1}{10}$.

COROLLARIO II.

Per determinare giustamente qual sia lo strato del fluido, che scorre con la velocità osservata, si misuri primieramamente la lunghezza del filo, computandola dal punto attaccato al centro del quadrante fino al centro del globo. Indi si faccia questa Analogia.

Come il sen totale al seno del complemento dell' angolo di deviazion del piombino, così la lunghezza detta del filo al

quarto termine, che ſarà la diſtanza del centro del quadrante da quello ſtrato, la cui velocità è ſtata oſſervata.

Finalmente ſi ſottragga la diſtanza dello ſteſſo centro dalla ſuperficie dell' acqua. L' avanzo ſarà la profondità dello ſtrato, di cui è ſtata eſplorata la velocità.

Inoltre ſervendoſi della Tavola III. che a queſto, e ad altro fine io ho calcolata, ſi può trovare tal profondità con queſta Analogia. *Come la ſegante dell' angolo di deviazione al ſen totale, così la lunghezza del filo al quarto termine*, che ſarà il valore della diſtanza del centro del quadrante dallo ſtrato del fluido. Indi faraſſi come dianzi.

Queſto ſecondo metodo è più facile del primo. Poichè noi poſſiamo oſſervare la tangente dell' angolo nello ſteſſo quadrante. Dalla tangente coll' aiuto della tavola ricaviamo la ſegante dello ſteſſo angolo. Onde abbiamo tutti gli elementi del calcolo ſenza nuove ſoluzioni di triangoli.

PRO-

PROPOSIZIONE VI.

ADattare il Quadrante delle velocità alla ſtima delle velocità de' venti.

Queſt' applicazione è un poco più difficile, perchè la ſpecifica gravità dell' aria non è sì fattamente determinata, che ſopra di eſſa poſſa appoggiarſi il calcolo con ſicurezza. L'opinione degli Autori, i quali con diverſi metodi hanno procurato di determinarla, è così ſvariante, che nulla più. Poichè ſecondo il Galilei la gravità ſpecifica dell' aria alla gravità ſpecifica dell' acqua è come — 1 : 400.
Secondo il Boile è come — 1 : 650. (a)
Secondo il Merſenno è come — 1 : 1346.
Secondo l' Hombergio è come — 1 : 1087.
Secondo il Borelli è come — 1 : $1175.\frac{4}{7}$
Secondo l' Alleio è come — 1 : 860.
Secondo l' Hausbee come — 1 : 885.
Secondo il Muſchembroek è come 1 : 800. (b)
Secondo il medeſimo in altro tempo come — — — 1 : 606.
Ora la diſcordia grandiſſima di queſti autori, alcuni de' quali ſono moderni, e nella prati-

(a) Nelle ſue Opere. *Tom.* 1. *pag.* 114. *Editionis Genevenſis anni* 1714.

(b) Poichè ne' ſuoi Elementi di Fiſica *pag.* 341. *Tom. Edit. Neap.* fa la gravità dell'aria $0,001\frac{1}{4}$ e dell' acqua 1.000. Onde sarà quella a queſta come 5: 4000. cioè come 1: 800. ma egli citato dal Nollet la fa, ſecondo altre più giuſte ſperienze, come 1:681.

pratica delle ſperienze accuratiſſimi, mi fa dubitare, che il metodo da eſſi tenuto non ſia ſufficiente a determinar queſto fatto. Il metodo comune, ed uſato ſi è di cercare il peſo di un vaſo, dal quale prima ſiaſi eſtratta, o rarefatta moltiſſimo l'aria, e poi ripeſarlo quando l' aria è ſtata al vaſo reſtituita. La differenza di queſti due peſi ſi prende come il peſo di un volume d' aria, che nello ſpazio del vaſo ſia contenuto. Lo ſteſſo vaſo poi ſi riempie di acqua, e così pieno ſi peſa. Donde ſi ha la proporzione, che paſſa tra il peſo dell' aria e il peſo dell' acqua ſotto lo ſteſſo volume, cioè la gravità ſpecifica dell' aria a paragone della gravità dell' acqua. Se queſto metodo non foſſe baſtevolmente riprovato dalla diſcordia del riſultato, potrebbe anche eſſere eſcluſo per la ſua intrinſeca imperfezione. Poichè 1. quì ſi peſa non già l' aria, che è contenuta in quel volume, ma ſolo quella porzione, che ſi può eſtrarre. Benchè aſſai ſi rarefaccia l' aria del vaſo, ſempre in eſſo ve ne rimane qualche quantità, e queſta non entra nel peſo. Secondariamente le bilance, che poſſon giungere a peſare qualche libra di peſo, difficilmente ſomminiſtrano con accuratezza le piccole differenze, e quì la differenza del peſo del globo pieno di aria rarefatta dal peſo del medeſimo pieno di aria non rarefatta è aſſai piccola. Il vaſo in cui ſi peſa vuol eſſer di ſufficiente grandezza, perchè abbia un buon volume; e dall'altra parte vuol eſſer di materia reſiſtente alla preſſione dell'aria

eſterna

ɛſterna, quando l'interna è rarefatta. Donde ſiegue, che il peſo di queſto globo diventa conſiderabile, e così pure conſiderabile divien l'errore, che naſce da' peſi, le cui picciliſſime differenze quì vanno conſiderate. Adoperando una bilancia, che poſſa tirare 3. e 4. libbre di peſo, chi ſi può comprometterе di eſſer ſicuro nel peſare di $\frac{1}{3}$ o $\frac{1}{4}$ di grano? E pure queſto $\frac{1}{3}$ o $\frac{1}{4}$ di grano nel noſtro caſo fa un ſenſibile errore nella ſpecifica gravità dell' aria.

Per le quali coſe non ſarebbe meglio di tentare un altro metodo, il quale maneggiato colla debita diligenza, meglio ci aſſicuri di queſta gravità? Adunque con un accurato Barometro ſi miſuri l' altezza perpendicolare, la qual faccia abbaſſare il Barometro di una linea. A queſta linea di Mercurio fa equilibrio una colonna d' aria di quell' altezza, che ſi determinerà. Dunque le gravità ſpecifiche del Mercurio, e dell' aria, ſaranno come quelle altezze reciprocamente, cioè così ſarà la gravità ſpecifica dell' aria alla gravità del Mercurio; come la variazione dell' altezza del Mercurio, che quì è di una linea, all' altezza, che per far abbaſſar quella linea è neceſſaria. Ora il Signore Hallei da alcune oſſervazioni fatte ſul [a] piano, e poi ſulla ſommità del Monte Snowdon conclude, che

(a) Vedi *Chambres tom.* 2. *Lettera B. Barometro*. Nella traduzion Veneta diceſi il *Dottor Zalley*, ma nell' originale Ingleſe dice *Halley*.

a ciascun decimo d' oncia d' abbassamento del Mercurio corrispondono 90. piedi; cioè 900. parti decime. Onde sarà la gravità specifica dell' aria alla gravità specifica del Mercurio come $\frac{1}{10}$: 900, cioè come 1 : 9000, e dividendo per 14, sarà la gravità specifica dell' aria alla gravità specifica dell' acqua, come 1 : 643. prossimamente.

Il Signor Valerio accuratissimo Svedese con lunghe sperienze trovò, che la colonna di aria bastevole a sostenere una linea di Mercurio sia di 10 tese, 1 piede, 4 linee [a]. Secondo tal misura sarebbe la gravità dell' aria a quella del Mercurio, come 1 : 8788. Onde l' aria all' acqua come 1 : 628.

I Signori Cassini, Chazelles, e Maraldi nelle lunghe sperienze fatte nelle Montagne dell' Ouvergne, della Linguadoca, e del Rossiglione assegnano a ciascuna linea 10 tese con aggiugnere un piede alla prima diecina, 2 alla seconda ec. Secondo questa stima si viene a computare la stessa gravità specifica determinata secondo le osservazioni del Valerio.

Il Signor Derham per alcune sperienze fatte sul fondo, e in cima della superba colonna eretta in Londra in memoria dell' incendio dell' anno 1666, somministra 95 piedi Inglesi di salita al Barometro, perchè abbassi $\frac{1}{10}$ d' oncia, o dito. Secondo tale elemento verranno le gravità specifiche, come 1 : 650.

Sicchè

(a) *Storia dell' Acad. Reale 1712. sulla prima pagina.*

Sicchè dal gran consentimento di tutte queste sperienze fatte così replicatamente da accuratissimi osservatori par, che si possa dedurre la scarsa misura della gravità dell' aria col primo metodo determinata, e la precedenza del secondo sopra del primo. Poichè la differenza, che nasce dalle quattro osservazioni recate è piccolissima. A tenersi nella via di mezzo, potrebbe farsi la gravità dell' aria alla gravità dell' acqua come 1 : 640.

Ma io non dissimulerò, che da qualche mia sperienza fatta con tutta la diligenza, e replicatamente col mio Barometro; il quale non può fallire di $\frac{1}{20}$ di linea, (come da una mia dissertazione inedita sopra questo strumento può essere manifesto), la gravità specifica dell'aria venga alquanto minore delle già stabilite con questo metodo. La sperienza è la seguente. Io ho portato il mio Barometro nella più alta loggia di questo Collegio, e vi ho osservato la giusta altezza della colonna del Mercurio, usando tutta la cautela affinchè lo strumento fosse posto verticalmente.

Il dì 30. del mese di Dicembre 1750. io trovai l'altezza del Barometro di 27. 11. $\frac{1}{10}$. (poll lin.)

L' altezza dello stesso Barometro nel pian terreno fu 5 minuti dopo di 28. 0 $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{10}$. Onde la differenza di queste due altezze sarà di 1 linea $\frac{1}{5}$.

Indi la distanza, o l' altezza di questi due piani, ne' quali l' osservazione fu fatta, fu ritrovata di braccia da panno Fiorentine 43, soldi

ſoldi 8, che ridotti a miſure Parigine ſomminiſtrano piedi 77 † pollici 8 $\frac{1}{2}$ proſſimamente. Con una Analogia ſi ritrova, che ad una linea appunto di altezza Barometrica vengono a corriſpondere piedi 64 † pollici 5 all' incirca. Onde verrebbe la gravità ſpecifica dell' aria di $\frac{1}{663}$ della gravità dell' acqua. Non avendo io ancora potuto tentare queſta ſperienza ad altezze maggiori, mi rimetterò più toſto alla gravità media determinata ſulle ſperienze degli autori da me citati, facendo la gravità dell' aria di $\frac{1}{640}$ della gravità dell' acqua.

Adunque facciaſi $g = \frac{1}{640}$. Prendaſi una velocità che faccia ſcorrere all' aria 100 piedi in 1''. Ad acquiſtar queſta tal velocità il corpo dee cadere dall' altezza di linee 23320,
poll. lin.
che fanno piedi 161. 11. 4.

Inoltre non è punto difficile alla pratica di ſcavare un globo di legno con tal diligenza, che la ſua gravità artificiale, alla gravità ſpecifica dell' acqua venga ad eſſere come 1 : 5. Onde ſarà la gravità ſpecifica del globo alla gravità ſpecifica dell' aria come

$$1 : \frac{5}{640} = 1 : \frac{10}{1280} = 1 : \frac{1}{128} = 128 : 1.$$

Sia finalmente la tangente T dupla del raggio R. Si cerca il Diametro di quel globo, che avendo la data gravità ſpecifica faccia l' angolo dato per la ſpinta dell' aria moſſa colla data velocità.

Sarà per l' equazion generale $D = \frac{3aRG}{2T(G-g)}$

e ſo-

e ſoſtituendo i numeri del preſente caſo ſarà

$$D = \frac{3 \times 2350 \times 1 \times 1}{4 \times (128 - 1)} = \frac{3 \times 23850}{4 \times 127} = 140 \text{ linee} + \frac{215}{254} \text{ che}$$

è il Diametro cercato.

Se un tal Diametro ſembraſſe troppo grande, ſi potrà diminuire con mettere una velocità ſuddupla della predetta, cioè di 50 piedi per ciaſcun ſecondo. Eſſendo ſtate dimoſtrate le velocità in ragion ſudduplicata de' Diametri de' globi ad una velocità ſuddupla conviene un diametro ſubquadruplo. Onde ſu tale Ipoteſi il Diametro del globo ſarà di linee proſſimamente 35.

Uſo del Quadrante per la ſtima della velocità de' venti.

Si diſponga il Quadrante per tal modo, che il ſuo piano ſia parallelo alla direzion del vento. Al ſuo centro per un lungo, e ſottil filo ſoſpendaſi ne' gran venti il globo maggiore, il cui Diametro è ſtato determinato di linee $140 + \frac{215}{252}$. Queſto globo ſoſtengaſi con la mano, e non ſi laſci, finchè il vento ſteſſo da ſe non lo regga a quell'angolo, a cui prima lo ſoſteneva la mano. Si oſſervi nelle parti uguali della tangente il numero di queſte ſteſſe parti. Indi facciaſi queſta Analogia.

Come 2000, *alle parti oſſervate della tangente, così il quadrato di* 100, *cioè* 10000, *al quarto termine, che ſarà il quadrato della cercata velocità. Onde eſtraendone la radice, ſi avrà la velocità attuale del vento.*

Sia

Sia per esempio l' osservata tangente di parti 1450 di quelle, di cui 1000 formano il raggio,

Sarà il Log. delle parti osservate =	3. 16136
Il Log. di 10000	4. 00000
La somma =	7. 16136
Il Log. di 2000 =	3. 30103
Sarà il Log. del 4.° =	3. 86033

cui si devono parti 7250. La cui prossima radice è 85. 12. Onde la velocità era di piedi 85 † $\frac{12}{100}$ per secondo.

Se poi il vento fosse di minor forza, si potrà più accuratamente determinare la velocità col minor globo di 35 in 36 linee cioè di quasi 3 pollici di Diametro. Usando questo secondo globo, si faccia questa Analogia.

Come 2000, *alle parti osservate della tangente, così il quadrato di* 50 *al quarto termine, la cui radice esporrà la cercata velocità.*

Se sia dato il Diametro del globo di 1. piè Parigino per l' appunto, si potrà coll' equazion trovare la ragione della gravità specifica del globo alla gravità specifica dell' acqua, che sarà come 125 : 640. Il minor globo della stessa specifica gravità, che sia di 3 pollici di Diametro indicherà allora una velocità suddupla.

Questa stessa macchinetta può esserci utile ad un altro effetto, dal quale dipendono

molte

molte ricerche de' moderni Fisici. Niuna cosa oggi è così celebre, quanto le sperienze Elettriche. Sarebbe una cosa necessaria alla spiegazione di questi Fenomeni la giusta determinazione della forza di quell' effluvio, che chiamano Elettrico. Dalla cima di una spada tenuta in mano da un uomo elettrizzato si vede uscire un effluvio igneo, che fa delle impressioni ne' corpi, che gli si accostano, come appunto la fanno i venti. Ora se un sottilissimo globo, che avesse una nota specifica gravità, fosse sospeso dal centro del Quadrante, ed accostato a quell' effluvio dimostrasse l' angolo a cui è sostenuto, non si potrebbe con tal metodo determinare la forza, a cui giunge quell' effluvio? Niuna cosa è più facile di questa, quando si abbiano le debite avvertenze, che quì non è luogo di riportare. Vero è, che da questa sperienza non si può dedurre la velocità del fluido, la qual dipende dalla sua specifica gravità. Ma questa sperienza potrebbe servire per determinare immediatamente la forza, la qual serve alla spiegazione di alcuni Fenomeni. Se poi si trovasse modo di determinare altrimenti o la specifica gravità, o la velocità di quell' effluvio, si verrebbe con questo sperimento a determinare o la velocità essendo data la gravità, o la specifica gravità essendo data la velocità.

PRO-

PROPOSIZIONE VII.

COstruire un nuovo strumento della velocità, il quale si adoperi con facilità maggiore, e sia esente dalle aberrazioni del filo, e dagli altri difetti del Quadrante.

Il Quadrante della velocità, che io mi sono studiato di condurre a maggior perfezione, non lascia di aver qualche difficoltà nell' osservare, e ancora qualche difetto nell' osservazione ben fatta. Poichè bisogna, che nel tempo dell' osservazione il piombino, che resta fuori del fluido sia nella sua giusta posizion verticale, e si faccia passare pel principio della division del Quadrante, il che è assai malagevole, quando la nave in cui si sta, patisce una sensibile agitazione. Inoltre, quando le velocità crescono assai, e giungono a trasportare il piombino immerso nell' acqua ad un grande angolo, le divisioni, che trovansi nel lato verticale del quadrante riescono assai ristrette. Ma quando si abbia tutta la quiete del mondo per osservare, e le velocità non sieno grandissime, non lascia il quadrante di essere alquanto difettoso per molte ragioni. Primieramente per la curvità del filo, la qual può introdurre un errore, che non è infinitesimo. Poi per l' eccentricità dello stesso filo, il quale come è stato esposto,

non

non piglia una direzione, che paſſi pel centro del globo ſommerſo. Un altro errore può anco naſcere dalla declività del fondo di un canale, o di un fiume la qual vorrebbe più toſto, che il lato del quadrante le foſſe parallelo. Or come potrà conoſcerſi ſubito queſto declive? E conoſcendolo, quanto ſi penerà a dare al lato del quadrante la medeſima declività? Per le quali coſe da me dette è manifeſto, che l' uſo del quadrante anco corretto, come anco l' uſo o della ſquadra del P. Abate Grandi, o di qualunque altro iſtrumento a queſti analogo, non può andare eſente e da difficoltà nell' oſſervare, e da qualche piccolo errore nell' oſſervato. Or non potrebbe immaginarſi un' altro ſtrumento di facilità, e di accuratezza maggiore?

Un tale ſtrumento mi nacque in penſiero nello ſtendere la eſpoſta Teoria, e mi fa maraviglia, che una coſa sì ovvia, e facile non ſia caduta nell' animo ad autori perſpicaciſſimi, che ſulla ſteſſa materia hanno conſumato qualche ſtudio. Io ne darò a' Lettori l' idea con quell' ordine ſteſſo, con cui eſſa ſi è preſentata a miei penſieri. Quel piombino, il cui filo eſſendo colla ſua cima fiſſo nel centro del quadrante, lo regge, e lo ſoſtenta nel fluido, fa continuamente uno sforzo contro lo ſteſſo punto fiſſo a cui è ſoſpeſo. Queſto punto di ſoſpenſione deve fare una reſiſtenza per regger lo ſteſſo filo. Se dunque lo sforzo, che fa il piombino contra quel punto, e la reſiſtenza di quel punto

mutaſ-

mutaſſe col mutare delle velocità del fluido, baſterebbe avere una giuſta miſura di quello sforzo, e di quella reſiſtenza per argomentar la velocità del fluido.

Ma queſta miſura è la coſa più facile del mondo. Poichè è ſtato dimoſtrato (*Lemm. II. Coroll. IV.*) che tali reſiſtenze ſiano come le ſeganti dell' angolo di deviazion del piombino. Sicchè ſarà ſempre il peſo reſpettivo del piombino ſommerſo nel fluido quieto, allo sforzo dello ſteſſo piombino nel fluido corrente, come il raggio alla ſegante dell' angolo di deviazione, e gli sforzi ſaranno ſempre tra di loro, come le ſeganti di quegli angoli. Se dunque ſiavi un tale ſtrumento, che ſottilmente poſſa indicare le forze del piombino ſotto angoli diverſi, noi avremo le ſeganti di quegli angoli, e dalle ſeganti le tangenti de' medeſimi, e dalle tangenti le velocità, ſervendoſi de' globi medeſimi, e della tavola adoperata pel quadrante della velocità. Onde ſe le velocità corriſpondenti alle ſeganti, e alle tangenti ſiano ſegnate nell' Iſtrumento medeſimo in tal modo, che eſſo dimoſtri nel tempo ſteſſo, e la forza del piombino, e la velocità corriſpondente, ſi avrà così un' iſtrumento, il qual ſarà eſente da' difetti del quadrante, e ſarà agevole ad uſarſi anche da' meno periti. Si riduce ora tutta la difficoltà ad immaginare uno ſtrumento, che poſſa indicare tutti i gradi delle forze del piombino con gran ſottigliezza;

Primo

Primo ſtrumento per la ſtima delle velocità.

Primieramente ci ſi preſenterà al penſiero uno ſtrumento aſſai antico, e volgare, che da alcuni è adoperato per peſare ciò, che occorre. Queſto è un Cilindro di ottone A B interiromente ſcavato. Nel fondo A dalla parte interiore ſi conficca l' eſtremità E di una molla E F, la quale ha la figura di una ſpirale Cilindrica, di una lunghezza E F, che poſſa ſervire all' intendimento. Nell' inferiore eſtremità F della ſteſſa molla è ſaldato un Cilindretto F H, nel quale ſono inciſe le diviſioni indicanti i diverſi peſi. Una tal molla con tal Cilindro eſſendo chiuſi nel Cilindro ſcavato A B vagliono beniſſimo per la ſtima de' peſi. Poichè eſſendo la molla nello ſtato ſuo naturale il punto C conviene col punto B, ma attaccando ad un uncino il peſo M eſſo ſtenderà la molla, e farà forzatamente diſtendere il Cilindretto ſegnato C B. Quanto maggior ſarà il peſo, maggior ſarà la diſceſa, e le diviſioni, che reſtano ſotto il fondo B, ſe ſono ben fatte, indicano il giuſto peſo del ſolido attaccato M. Queſto è uno ſtrumento, che può molto perfezionarſi, e renderſi ſenſibile alle più minute differenze di peſo. Poichè ſe la molla ſpirale Cilindrica ſi aſſottigli, e ſi allunghi, ſe per conſeguente ſi allunghi il Cilindretto F H, ſi può giugnere a dividere una libbra di peſo non ſolamente nelle ſue once, ma ancora nei ſuoi danari. Se la F H facciaſi di 6 pollici

FIG.VIII.

Parigini, e porti una libbra da H ſino in F, converrà dividerla in 288 parti, perchè ſi poſſa tener conto di ciaſcun danaro. Or queſte parti ſono ſenſibiliſſime, tornando ciaſcuna di $\frac{1}{4}$ di linea Parigina, ove le diviſioni foſſero uguali; ed una lunghezza, che ſia di un quarto di linea, è ben ſenſibile agli occhi noſtri. Se dunque un ſimile arneſe ſia con diligenza lavorato dall' artefice, e le ſue diviſioni ſian fatte ſecondo l' uſo delle velocità, come diremo, baſterà attaccare ad un filo il globo M di quel Diametro, che ſarà determinato, ſoſpendere l' altra eſtremità del filo all' uncino C, e tenendo ferma l' eſtremità A dello ſtrumento, laſciar che l' azione del fluido H O traſportante il globo venga ad abbaſſare il Cilindretto ſegnato C B ſino al punto d' equilibrio B; dove riſcontrando la diviſione ſi verrà a trovare la velocità del fluido, che ſi cercava. Ciaſcun vede, che quì niente nuoce la curvità del filo C M, niente la eccentricità, e adattandoſi da ſe lo ſtrumento A B nella giuſta poſizione, eſſa ſarà agevole a maneggiarſi, e ſarà eſente dagli errori del quadrante. Che era ciò, che ſi voleva.

FIG. IX.

Due coſe reſtano a determinarſi per la giuſta conoſcenza delle velocità. La prima è il Diametro del globo da adoperarſi, e la ſeconda, la giuſta diſtribuzione delle diviſioni nel Cilindretto B C, il quale per comodo maggiore faremo, che ſia un Parallelepipedo. Intorno al primo ſenza far nuovi computi, ci

ci potremo conſtantemente valere de' globi, di cui abbiam parlato nelle precedenti Propoſizioni.

Per incider le diviſioni comodamente nel Parellelepipedo O B C R, ſi ſpianino i ſuoi due piani O V S R, V B C S con tutta la diligenza. Nel primo piano O V S R ſi facciano le diviſioni ſecondo il ſolito in maniera, che poſſano indicare i peſi, che l' uncino ſoſtiene. Nell' altro piano V B C S cominciſi la diviſione dalla linea H P per modo, che le diviſioni S H indichino il peſo reſpettivo del globo nel fluido quieto, e fermo. Dalla H P, ſino ad V B le diviſioni ſi poſſono incidere per modo, che o rappreſentino le tangenti, o le velocità immediatamente. FIG. X.

Secondo ſtrumento per la ſtima della velocità.

Ma chi foſſe vago di una minutezza, e ſquiſitezza maggiore, potrà certamente ottenerla in un altro ſtrumento, che io proporrò, il qual non è al caſo per le mani volgari, e per le perſone di poca intelligenza, ma ordinariamente non ſi può sfuggire queſto difetto negli ſtrumenti di gran ſottigliezza, che ſempre in ſe ſteſſi congiungono una difficoltà maggiore nell' uſarli, ovvero richieggono maggior perizia in chi li maneggia.

K Y Z X è un piccol caſtello compoſto, come è ſolito negli Orivoli di due groſſe piaſtre d' ottone, e quattro colonnine, che inſieme le commettano. A B C D è un tamburo di quegli appunto che ſervono agli orivoli a molla, con dentro la ſua molla fiſſata FIG. XI.

ſull' albero, o fuſto *b a* nella cima interiore, e nel concavo del tamburo nella cima eſteriore. Su queſto tamburo ſi avvolga dentro le ſue ſpire ſcavate una funicella F B, o un budello di giuſta groſſezza, e ad eſſo ſia raccomandato il peſo P, che può eſſere uno di que' globi, che nel quadrante ſono ſtati adoperati. Allo ſteſſo tamburo è inneſtata una ruota DC di 80 denti, a cui corriſponde un rocchetto H di 8 denti. Queſto rocchetto ſi avvolge intorno al fuſto *n c*, il qual porta una rota dèntata I L di 80 denti. Finalmente un terzo fuſto *m e* conduce il rocchetto M di 8 denti, con una piccola ventola N O, la qual ſerva per ſoffermare, e reggere il moto velociſſimo del fuſto *m e*. E ciò per quanto ſpetta alla coſtruzione interiore. Eſteriormente vi ſono tre indici. Il primo è l' indice *f e* attaccato al fuſto *m e*. Queſt' indice può indicare le parti centeſime delle ſue rivoluzioni. Al quale effetto ſi è ad eſſo ſottopoſto un cerchio, o faſcia circolare diviſa in cento parti uguali. Similmente intorno al centro *c* deſcriveſi un altro cerchio, il qual potrà dividerſi in 10 parti uguali. Al fuſto *nc* nella ſua porzione *p c*, che riman fuor del caſtello, s' incaſtri un dente, o una punta d' acciaio, la quale ad ogni rivoluzione del fuſto *n c* faccia ſcorrere un ſolo dente della rota eſteriore G Q; la quale abbia 40 denti, poſſa girare con un canaletto Cilindrico intorno all' albero immobile *b a*, e conduca ſeco l' indice *b a*; il quale in una

moſtra

moſtra diviſa in 40 parti vada indicando le rivoluzioni della ruota *n c*. Tutto queſto è fatto, affinchè ſi poſſa tener conto delle rivoluzioni di ciaſcuna ruota, e qualunque menomiſſimo moto dal tamburo A B C A poſſa eſſere eſtremamente ſenſibile nell' indice *e f*.

Il che affinchè meglio ſi concepiſca, immaginiamo, che il peſo P ſi vada tanto aumentando, che riſtringendo la molla del tamburo, le faccia ſcorrere una intera ſpira. E' manifeſto che eſſa traendo ſeco il tamburo, e queſto la ruota D C, la ruota D C avrà così fatta una intera rivoluzione. In tanto la rota I L ne avrà fatte 10, e il fuſto *m e* ne avrà fatte 100. Ma l' indice *e f* indica le parti centeſime delle ſue rivoluzioni. Dunque nel tempo, che la rota D C ha fatta una ſola rivoluzione l' indice *f e* avrà indicate 10000 parti nella ſua moſtra, e perciò l' azion di quel peſo, che riſtringendo la molla le avrà fatta ſcorrere una ſola ſpira, vien ad eſſer diviſa in diecimila parti. Intanto l' indice *c d* avrà indicata la rivoluzione della rota D C con far 10 rivoluzioni, e l' indice *b a* avrà indicata la ſteſſa rivoluzione con girare per un quarto di cerchio. Onde ſe il tamburo farà 4 rivoluzioni, quante ſono le ſpire, che alla molla ſi poſſono fare ſcorrere comodamente, l' indice *b a* avrà girato una ſola volta, ed indicato così 4 rivoluzioni del tamburo. Ora la molla del tamburo può ſceglierſi di tal groſſezza, che coll' aggravarla di una ſola libbra di peſo, eſſa

ristringasi in modo, che ne' suoi ristrignimenri faccia le 4 dette rivoluzioni. Dunque una libbra, o l' azione di una libbra sopra la detta molla potrà con questo strumento sensibilmente dividersi in 40000 parti indicate dal primo indice *e f*.

Or ciò, che fa l' aumento del peso nell' aria ferma, nel fluido mosso lo fa l' azione del medesimo fluido sopra il peso P sommerso, congiunta col peso respettivo del globo P. Onde quando l' azione del fluido insiem col peso respettivo verrà ad equivalere all' azion di una libbra, la macchina avrà patito que' medesimi moti, che pativa per l' aumento del peso di una libbra fuor del fluido; cioè il tamburo A B C D colla sua ruota averà fatte 4 rivoluzioni, la ruota I L col suo indice *c d* ne avrà fatte 40, il fusto *m e* coll' indice *e f* ne avrà fatte 400, e lo stesso indice *e f* avrà indicate 40000 parti nelle divisioni del suo cerchio.

Esposte così le parti della macchina, e dimostrata la sensibilità delle piccole differenze, convien pensare ad una rettificazion, di cui essa ha bisogno prima di metterla in uso. Le tensioni della molla, che fanno equilibrio col peso, non sono nella stessa proporzione delle rivoluzioni delle ruote, come è facile ad intendere. Dunque non si può mettere in opera questo strumento senza prima rettificarlo. Due sorti di rettificazione possono comodamente adoperarsi. La prima è di aggiungere alla macchina stessa un altro pezzo simile a

quello,

quello, che negli Orivoli ſuol chiamarſi *la Piramide*. L' uffizio di queſta Piramide ſcavata a ſpire è negli Orivoli di uguagliare il momento della molla, facendo, che le diſtanze delle ſpire dal centro ſiano reciprocamente come le tenſioni della molla, col quale artifizio ſi viene ad uguagliare il momento della molla. Somigliantemente ſi potranno in un altro ſolido ſcavare tali ſpire, che vengano a rendere il momento della molla in ragion diretta delle rivoluzioni del tamburo. La ſeconda rettificazione può ſenza queſto nuovo pezzo metterſi in opera. Si cominci ad attaccare all' eſtremità P della funicella un piccol peſetto, che ſia giuſto baſtante a dar la prima ſpinta all' indice *fe*. Indi ſi vada queſto di mado in mano, e gradatamente aggravando di peſetti uguali V. G. di un quarto d' oncia per volta, notando accuratamente in una carta il numero delle rivoluzioni, e delle diviſioni, che a ciaſcun quarto d' oncia ſi conviene. Così giungeraſſi alla libra, ed a più, ſe più biſogna, e ſi potrà formare una tavola, in cui ſia regiſtrato il numero delle diviſioni, che ciaſcuna porzione di peſo fa traſcorrere, pigliando la parte proporzionale, quando biſogna. Queſta tavola ſarà la tavola della rettificazione di queſto ſtrumento, e dalle diviſioni traſcorſe ſi potrà ſubito trovare la grandezza del peſo, che facendo equilibrio colla molla, le ha fatte traſcorrere.

Con queſta tavola di correzione l' uſo della macchina potrà eſſere il ſeguenre. Il globo P,

che potrà essere uno di que' medesimi o di ferro, o di piombo, che serve al quadrante delle velocità, si lasci primieramente sommergere nel fluido fermo. Il che potrà farsi ancorchè o l' Osservatore viaggi, o stando esso fermo, l' acqua trascorra. Poichè basterà nell' uno, e nell' altro caso far calare il globo dentro un Cilindro scavato interiormente, ed aperto da ambe le parti. Tuffando nel fluido questo stesso Cilindro, e lasciando calare il piombino tanto, che resti tuffato nel fluido, ma non esca dal Cilindro, si averà il peso respettivo del globo nel fluido, come quieto. Si noti accuratamente il numero delle divisioni, che il peso respettivo farà trascorrere, e da esso nella tavola di correzione si avrà la giusta misura di questo peso. Indi si lasci trasportare il piombino dal fluido mosso, e quando l' indice *fe* si sarà fermato, si osservi il numero delle divisioni trascorso, dal quale si ricaverà dalla tavola di correzione la quantità della spinta. Facciasi questa Analogia.

Come il peso respettivo del globo sommerso nel fluido quieto, alla spinta dello stesso nel fluido mosso, così il sen totale, al quarto termine di proporzione, il qual sarà uguale alla segante dell' angolo di deviazione. Conosciuta la segante si conoscerà la tangente dell' angolo stesso (*Tavola III.*) Ma saputa la tangente, e il globo adoperato, si sa (*Tavola II.*) la velocità del fluido. Dunque sarà così nota la cercata velocità; e assai più sottilmente, che con al-

tri ſtrumenti finora trovati. Queſto ſtrumento pace di maggior perfezione, e ſi può adattare a qualunque velocità. Ma a me baſterà di accennate le parti, e gli uſi principali di eſſo. Poichè qualunque Geometra potrà dalle coſe già dette ricavar diverſi metodi di determinar le velocità, e diverſe maniere di applicare, e adoperar lo ſtrumento, che ho propoſto.

PROPOSIZIONE VIII.

Data la ſpecifica gravità, e i Diametri di due Globi, i quali per mezzo di un filo infleſſibile ſieno ſommerſi in un fluido, che movaſi colle date velocità, determinare l' angolo di deviazione, ſotto cui i due globi ſiano in equilibrio.

Siano i due detti globi F, E, i quali ſieno attaccati al filo infleſſibile alle due diſtanze dal centro CF, CE. Si determini la tangente BI dell' angolo BCI, a cui il globo E farebbe equilibrio collo ſteſſo fluido animato dalla ſteſſa velocità, ſe foſſe ſolo, ed attaccato alla linea infleſſibile CD. (*Prop. II. e ſeg.*) Similmente ſi determini la tangente BV, che il globo ſolo F ſegnerebbe ſotto le medeſime circoſtanze. Si divida la VI nel punto H in tal modo, che le due porzioni VH, HI ſiamo in ragion compoſta della reciproca dei Diametri, delle differenze delle ſpecifiche gravi-

FIG. XII.

gravità de' globi, e del fluido, e della reciproca pur delle diſtanze de' globi dal centro C, dico l' angolo B C H eſſer l' angolo, che ſi cercava.

Poichè il Diametro del globo E dicaſi D, e la ſua ſpecifica gravità dicaſi G, e ſiano l' altre denominazioni, come nelle propoſizioni precedenti. Il Diametro del globo F dicaſi δ, e la ſua ſpecifica gravità dicaſi Δ:

Se il globo E ſolo foſſe nella poſizione C D del ſuo equilibrio, la potenza ſoſtentante ſarebbe uguale a $\frac{T}{R} \times \frac{G-g}{g}\frac{2}{3}D$ (*per la Prop. I. e II.*) Se poi eſſo ſolo foſſe nella poſizione C E, la ſua potenza ſoſtentante ſarebbe uguale a $\frac{BH}{R} \times \frac{G-g}{g}\frac{2}{3}D$. Dunque l' incremento della potenza ſoſtentante in C E riſpetto alla ſoſtentante in C D ſarebbe uguale a $\frac{HI}{R} \times \frac{G-g}{g}\frac{2}{3}D$. Onde il globo E eſſendo nella poſizione C E tenderà ad accoſtarſi alla ſua poſizione C D con una forza che dovrà eſprimerſi per $\frac{HI}{R} \times \frac{G-g}{g}\frac{2}{3}D$. Ma intanto eſſo deve agire contro il globo F per mezzo della leva E C. Dunque il momento, con cui il globo E tende ad accoſtarſi alla poſizione del ſuo equilibrio C D deve ſtimarſi uguale a $\frac{HI}{R} \times CE \times \frac{G-g}{g}\frac{2}{3}D$. Con ſomigliante raziocinio ſi dimoſtra, che il momento, con cui il globo F tende ad accoſtarſi alla ſua poſizione C G

deve

deve ſtimarſi uguale a $\frac{HV}{R} \times CF \times \frac{\Gamma - g}{g} \frac{2}{3} \delta$.
Ma queſti due momenti ſono uguali. Poichè, ſe nol foſſero, il momento prevalente muterebbe la poſizione C E, il che è contro l'Ipoteſi. Dunque ſarà

$$\frac{HI}{R} \times CE \times \frac{G - g}{g} D = \frac{HV}{R} \times CF \times \frac{\Gamma - g}{g} \delta.$$

Onde ſarà $HI \times CE(G-g)D = HV \times CF(\Gamma - g)\delta$.
Onde ſarà $HV : HI = CE(G-g)D : CF(\Gamma - g)\delta$, cioè le porzioni H V, H I ſono in ragion reciproca della compoſta delle diſtanze, de' Diametri de' globi, e delle differenze delle due ſpecifiche gravità. Ciò ec.

COROLLARIO I.

Che ſe i due globi F, E foſſero della medeſima ſpecifica gravità, ma differiſſero ſolamente ne' loro Diametri, ſarebbero le due porzioni V H, H I in ragion compoſta della reciproca de' Diametri, e delle diſtanze dal centro.

COROLLARIO II.

Sia $BI = t$. $BV = T$. $BH = x$ Sarà $HI = x - t$. Sarà $VH = T - x$. Sia la diſtanza $CF = a$. La diſtanza $CE = b$.
Sarà $T - x : x - t = bD : a\delta$. Onde ſarà

$$bDx - bDt = a\delta T - a\delta x.$$

Onde $bDx + a\delta x = a\delta T + bDt$

Onde ſarà $x = \frac{a\delta T + bDt}{bD + a\delta}$. Onde abbiamo queſto Teorema. La tangente dell' angolo,

golo, che fanno i due globi, è terza proporzionale dopo la ſomma de' rettangoli de' Diametri nelle diſtanze dal centro di ciaſcun globo, e le ſomme de' prodotti de' Diametri nelle diſtanze, e di queſte nelle tangenti, che ciaſcun globo formerebbe, ſe eſſo ſolo foſſe animato dalla medeſima velocità.

COROLLARIO III.

Ma le tangenti ſono come i quadrati delle velocità. (*per la Prop. II.*) Onde il quadrato della velocità, che ſarebbe capace a ſoſtenere i due globi nella poſizione CE, è terzo proporzionale dopo le ſomme di ciaſcun Diametro nella ſua reſpettiva diſtanza, e le ſomme di queſti ſteſſi prodotti ne' quadrati delle loro velocità.

SCOLIO.

Queſta Teoria, la quale per intelligenza, e chiarezza maggiore ho adattata a due ſoli globi, ſi ſtenderà ad infiniti globi, ed a tutti ſolidi tuffati nel fluido per le ſeguenti Propoſizioni.

PRO-

PROPOSIZIONE IX.

Siano dati quanti si voglia globi della stessa specifica gravità, i quali sieno attaccati ad un filo inflessibile alle date distanze, e sieno da un fluido spinti colle date velocità, determinar l' angolo di deviazione.

SOLUZIONE.

Siano per esempio 4 globi F, O, P, E. Si trovino le tangenti BI, BN, BM, BV degli angoli di deviazione, che ciascuno de' dati globi colla data velocità formerebbe, se fosse dagli altri separato, e diviso. Così sia BI la tangente, che conviene al globo F, la tangente BN quella che conviene al globo O. ec. FIG.XIII.

Si trovi una tangente BH, la qual sia terza proporzionale dopo la somma de' prodotti del Diametro di ciascun globo nella sua distanza dal centro, e la somma di questi stessi prodotti nelle tangenti respettive di ciascuno; dico, che la tangente BH così trovata è la tangente dell' angolo, che si cercava.

Poichè i momenti de' due globi F, O tendono ad impiccolire l' angolo BCH, e per contrario i momenti degli altri due globi P, E tendono ad ingrandirlo. Onde la somma dei due primi momenti sarà uguale alla somma dei secondi. Ma il momento del globo

F =

$F = F \times FC \times HI$, il momento del globo $O = O \times OC \times HN$, il momento del globo $P = P \times PC \times HM$, il momento del globo $E = E \times EC \times HV$, mettendo F, O, P, E esſere i Diametri di detti globi. Dunque ſarà $F \times FC \times HI + O \times OC \times HN = P \times PC \times HM + E \times EC \times HV$. (*per la Prop, VIII.*)

Sia per tanto $FC = a$. $OC = b$. $PC = c$. $EC = e$. Sia la tangente $BI = m$. La tangente $BN = n$. La $BM = p$. La $BV = t$. Sia la $BH = x$. Sarà $HI = x - m$. $HN = x - n$. $HM = p - x$. $HV = t - x$.

Onde ſarà il momento del globo $F = Fax - Fam$.
Il momento del globo $O = Obx - Obn$.
Il momento del globo $P = Pcp - Pcx$.
Il momento del globo $E = Eet - Eex$.

Onde ſarà
$Fax + Obx + Pcx + Eex = Fam + Obn + Pcp + Eet$

Onde ſarà $x = \frac{Fam + Obn + Pcp + Eet}{Fa + Ob + Pc + Ee}$. Ciò ec.

Lo ſteſſo dee dirſi di qualunque altro numero di globi, per cui vale lo ſteſſo calcolo, e la ſteſſa dimoſtrazione.

COROLLARIO I.

Che ſe il Diametro de' globi foſſe lo ſteſſo, allora ſarebbe $x = \frac{am + bn + cp + et}{a + b + c + e}$, cioè la tangente dell' angolo, che ſi cerca, è terza proporzionale dopo le ſomme delle diſtanze dal centro, e le ſomme de' prodotti delle diſtanze nelle tangenti, che a ciaſcun globo ſi convengono

gono. Dunque ſe le diſtanze dal centro F C, O C, P C, E C ſi conſiderino come tanti peſi attaccati a' punti I, N, M, V delle tangenti reſpettive, il punto H ſi troverà allo ſteſſo modo, come ſi farebbe del centro di gravità. Poichè ſi ſa, che la diſtanza del centro di gravità da una eſtremità B, è una terza proporzionale dopo la ſomma de' peſi, e la ſomma de' momenti, i quali momenti in tal caſo ſono i prodotti de' peſi nella diſtanza dal punto B. Sicchè nel caſo noſtro la ſomma delle diſtanze potrà rappreſentare la ſomma de' peſi, e la ſomma de' prodotti delle diſtanze nelle tangenti potrà rappreſentare la ſomma dei momenti.

COROLLARIO II.

Che ſe i Diametri foſſer differenti ſi potrà queſto metodo ridurre al metodo de' centri delle gravità con aſſumere, come peſi attaccati a' punti I, N delle tangenti, i prodotti dei Diametri nelle reſpettive diſtanze dal centro C.

Sia per eſempio la velocità del fluido in ragion ſudduplicata dell' altezza, o profondità. Se la ſuperficie del fluido foſſe Y G, la parabola G*gabe* ſarebbe il luogo delle velocità, cioè colle ſue ſemiordinate *g*R, *a*S ec. eſprimerebbe la velocità del fluido in F, O, ec. Onde le B I, B N, B M, B V ſarebbono come le G R, G S, G T, G Q; e i peſi attaccati a' punti I, N, M, V ſarebbono come i prodotti

dotti di $F \times FC$, di $O \times OC$, di $P \times PC$, di $E \times EC$. Onde il punto H ſi troverà, come ſi troverebbe il centro di gravità, computando i momenti ſecondo le diſtanze dal punto B.

COROLLARIO III.

Avendo i primi due globi O, F una tendenza verſo la verticale CQ, e per contrario gli altri due P, E avendone una contraria per allontanarſi dalla ſteſſa verticale, vi ſarà un tal punto K, intorno a cui agiſcono queſti momenti in maniera contraria Queſto punto K in tal caſo ſarà il centro della percoſſa, il qual centro agevolmente ſi trova. Poichè ſarà il momento del globo $F = F \times HI \times KF \times FC$ il momento del globo $O = O \times HN \times KO \times OC$, il momento del globo $P = P \times MH \times PK \times PC$, e finalmente il momento del globo $E = E \times VH \times EK \times EC$. Or i due primi momenti hanno ad eſſere uguali a' ſecondi. Onde ſarà

$$F \times HI \times KF \times FC + O \times HN \times KO \times OC = P \times MH \times PK \times PC + E \times VH \times EK \times EC$$

Onde facendo un calcolo ſimile al già eſpoſto, ſi troverà

$$CK = \frac{F \times HI \times FC^2 + O \times HN \times OC^2 + P \times HM \times PC^2 + E \times HV \times EC^2}{F \times HI \times FC + O \times HN \times OC + P \times HM \times PC + E \times HV \times EC}$$

Se dunque i rettangoli dei Diametri nelle porzioni delle tangenti HI, HN, ec. ſi conſiderino come peſi attaccati agli ſteſſi punti F, O, P, E, il centro dalla percoſſa nel noſtro caſo viene a coincidere col centro di oſcillazione; e tutta intera la Teoria, per cui co' ſo-

co' ſoliti metodi vien determinato il centro di oſcillazione, val per determinare ſecondo le dette Ipoteſi il centro della percoſſa K. Il che pure s' intenda nelle ſeguenti propoſizioni, nelle quali io ſolo ragionerò de' metodi, onde poter determinare l' angolo di deviazione, ovvero la tangente BH, dalla quale naſce immediatamente la determinazione del centro della percoſſa K.

COROLLARIO IV.

Se il punto C ſi conſideri come l' altezza del livello, da cui vengono a diſcendere le particelle del fluido, che agiſce ſu i globi già detti, e ſe non ſi faccia conſiderazione delle varie reſiſtenze, che il fluido incontra nel ſuo corſo, ſaranno le velocità del fluido in ragion ſudduplicata delle altezze RC, SC ec. Onde i quadrati delle velocità ſaranno come le ſteſſe altezze. Onde ſaranno le CR, CS, CT, CQ, come le BI, BN, BM, BV. Onde ancora le CF, CO, CP, CE, ſaranno come le BI, BN, BM, BV. Onde, ſe troviſi il punto *b*, come ſi è fatto dell' altro punto H, la C*b* ſarà la tangente dell' angolo cercato, e il raggio, o ſen totale di queſta tangente ſarà quarto proporzionale dopo le linee BI, BC, CF, delle quali ſono date le due prime BI, BC, eſſendo dato l' angolo, che farebbe il ſolo globo F ſpinto dalla ſteſſa velocità del fluido, e ſtaccato dagli altri globi. Onde per mezzo della C*b* troveraſſi l' angolo di deviazione

con facilità maggiore. Le quali cose mi basterà di accennare soltanto senza spiegarle di vantaggio.

PROPOSIZIONE X.

Data la specifica gravità di un Cilindretto di altezza infinitesima, e di base finita, e data la specifica gravità del fluido, che lo spigne, trovar l' angolo di deviazione nell' Ipotesi, che le basi del detto Cilindro si mantengano parallele alla direzion del fluido.

FIG.XIV. Sia il Cilindretto sospeso pel filo H C, e sia la sua base superiore Q A P D, alla quale sia parallela l' inferiore. La sezion verticale, e centrale di tal Cilindro sia il piano A B O D. I lati di tal Cilindro possono essere o perpendicolari alle basi, ovvero obliqui con qualunque obliquità. Poichè la dimostrazione, e la soluzione è la medesima. Finalmente le due basi di tal Cilindro siano parallele al filo dell' acqua A N, O M.

I. Sopra la Sezione A B O D come base si costruisca il parallelepipedo rettangolo A *a o* O, il cui peso uguagli il peso respettivo del Cilindro dato, e la cui specifica gravità si finga essere quella stessa che ha il fluido N A O M che lo spigne.

II. Si trovi una linea D V, che sia uguale all'

all' altezza, da cui deve il corpo cadere per guadagnare la velocità data del fluido,

III. Facciasi come la D d, alla D V, così R C, che pigliasi come sen totale al quarto termine R I, che sarà la tangente dell' angolo cercato.

Ciascun vedrà, che la dimostrazione di tal costruzione nasce immediatamente dalla dimostrazione del Lemma III. e dalle Proposizioni I. e II. Onde mi par superfluo di stendermi in essa, la quale sarà facilmente intesa senza altra aggiunta.

COROLLARIO I.

Con simil costruzione si determina l' angolo di deviazione, se il solidetto sia o un parallelepipedo di altezza infinitesima, e di base finita, ovvero un altro solidetto, che sia l' elemento di un qualunque solido dato; purchè tal elemento sia terminato da due piani, che sien paralleli alla direzione del fluido. Anzi lo stesso Cilindretto, di cui ho parlato nella Proposizione, può senza alcuno errore finito sostituirsi all' elemento di un solido Parabolico, o Conico, o Iperbolico, o Sferico, purchè il Diametro finito A D sia lo stesso. Poichè è agevol cosa a dimostrare, che l' errore, che indi nascerebbe, sarebbe infinitesimo. In fatti un qualunque solido si concepisce senza error finito, come formato da una infinità di Cilindretti di altezza infinitesima, i cui Diametri vadano crescendo

o ſcemando, come eſige, che creſcano, o ſcemino la curva genitrice del ſolido.

COROLLARIO II.

Se due ſolidettì di altezza infiniteſima uguale, le cui baſi ſien ſomiglianti, e le cui gravità ſpecifiche ſieno le medeſime, ſieno ſpinti dallo ſteſſo fluido, e colla ſteſſa velocità, dico, che le tangenti degli angoli di deviazione ſaranno come i loro Diametri Omologhi reciprocamente. Poichè mettiamo, che le due baſi ſieno o due cerchi, o due Elliſſi ſomiglianti, o due qualunque figure ſomiglianti. E' manifeſto, che l' altezza D d, all' altezza D δ de' due parallelepipedi ſarà come un Diametro all' altro Analogo. Onde facciaſi $D\delta : DV = RC : Ri$. Sarà $DV \times RC = D\delta \times Ri$. Ma ſimilmente era per la coſtruzione $Dd : DV = RC : RI$; onde ſarà $DV \times RC = Dd \times RI$. Onde ſarà $Dd \times RI = D\delta \times Ri$, cioè $Dd : D\delta = Ri : RI$. Ma $Dd : D\delta$ ſta come i due Diametri analoghi direttamente; onde le tangenti Ri, RI ſono come i due Diametri Analoghi della Baſe del ſolidetto reciprocamente.

COROLLARIO III.

Supponendoſi finita la linea DV, ne ſiegue che ſe il Diametro AD della baſe del ſolidetto foſſe infiniteſimo, la tangente ſarebbe infinita, cioè l' angolo RCI ſarebbe retto. Poichè in tal caſo la linea $D\delta$ ſarebbe una

infini-

tesima rispetto alla D V, onde la sua proporzione alla D V sarebbe infinitamente piccola. Ma la porzione della CR alla tangente R *i* è la stessa, che quella della D ∂ alla D V; onde la proporzione della R C alla R *i* sarebbe infinitamente piccola, e perciò la R *i* sarebbe infinitamente grande rispetto alla finita C R.

COROLLARIO IV.

Che se non solamente i Diametri analoghi delle due basi, ma ancora le velocità del fluido sostentante i due solidetti di base somigliante siano diversi, allora le tangenti degli angoli di deviazione saranno in ragion composta della semplice reciproca ragion de' Diametri, e della duplicata delle velocità. Poichè esprimendo la D V l'altezza, da cui deve un corpo cadere per acquistare la velocità, che il fluido esercita nel suo corso, ed essendo le altezze in ragion duplicata delle velocità, ed essendo le tangenti come le altezze, saranno tangenti in ragion composta della semplice reciproca de' Diametri, e della duplicata delle velocità.

COROLLARIO V.

Se poi mutasse la specifica gravità del solidetto, e la specifica gravità del fluido, è facile a dimostrare, anzi è stato già dimostrato (*Propos. I. e II.*) che le tangenti saranno in ragion composta della reciproca de' Diametri Omologhi, della duplicata della velocità, della

ſemplice della gravità ſpecifica del fluido, e della reciproca della differenza della gravità ſpecifica del ſolido, e del fluido. Onde nominando D il Diametro Omologo, ſarà $T = \frac{ag}{(G-g)D}$, ovvero $T = \frac{Rag}{(G-g)D}$. Che ſe non già il Diametro A D, ma l'altezza medeſima D d del ſolido aD dicaſi D, ſarà la vera equazione $T = \frac{Rag}{(G-g)D}$.

PROPOSIZIONE XI.

Date le dimenſioni, e la ſpecifica gravità di un ſolido, le cui Sezioni parallele ſieno uguali, e date le velocità degli ſtrati di un fluido di nota ſpecifica gravità, determinar l'angolo di deviazione, che fa il detto ſolido ſoſpeſo a un punto fiſſo per un filo infleſſibile, che paſſa pel ſuo aſſe,

Lo ſcioglimento di queſto problema potrebbe ridurſi al metodo già noto del centro della gravità, come nella Propoſizione IX. ho dimoſtrato, ma io preſto mi ſono avveduto, che queſta ſarebbe una via indiretta, e più lunga di quella, che io proporrò. Avrei potuto proporre generalmente il ritrovamento della tangente dell' angolo per un qualunque dato ſolido. Ma alcune volte con più chiarezza ſi paſſa da' particolari Problemi a' generali

rali, che non si faccia trapassando da'generali, a' particolari; e così appunto avviene in questa materia. Non lascia però questo Problema di stendersi a molti solidi. Poichè tutti i Cilindri di qualunque specie, tutti i Prismi o triangolari, o di più lati, tutti i Parallelepipedi, anzi tutti affatto i solidi, i quali son generati dal moto di qualunque figura, per una linea o retta, o curva di qualunque natura, il qual moto sia sempre parallelo sì rispetto agli strati del fluido, che rispetto a se medesimo nella prima posizione, sono abbracciati, e racchiusi in questo problema. La figura, che io vi presento, esprime sol tanto un Cilindro, ma essa può rappresentare qualunque di quei solidi, di cui ho ragionato.

Sia per tanto P un punto regolatore delle diverse velocità del fluido, cioè le velocità in D, in N, in E siano come le linee PD, PN, PE, o qualunque funzione delle linee medesime, o combinate ancora, se così piaccia, con altre grandezze costanti. Sia il Cilindro DE il solido di cui si parla, il quale per facilità io suppongo, che abbia le due basi D, E parallele alla direzione del fluido già equilibrato col solido. FIG. XV.

La CD, che è costante dicasi b. La PD pur costante dicasi a. La variabile DN dicasi y. Sia ab una Sezione infinitesima del dato Cilindro terminata da due piani ab, bo paralleli alla direzione del fluido. Sarà $Nn = dx$, e tanti saranno gli elementi quante le dx.

Sarà $PN = a + x$. Onde essendo le velocità

come le L b, o qualunque funzione della L b; ed essendo le L b come le PN, le velocità saranno come $(a + x)^m$. La lettera m significa qualunque numero o intero, o rotto per denotare qualunque potenza, e qualunque radice della $(a + x)$.

Sarà CN $= b + x$. Sarà la tangente, che conviene all' elemento ab, uguale ad $\frac{Rg\,(a+x)^m}{(G-g)\,D}$ (*Propos. X. Cor. V.*) Essendo constante la frazione $\frac{Rg}{(G-g)D}$, facciasi uguale ad A per maggiore sbrigatezza. Onde sarà la tangente di quell' elemento $= A\,(a + x)^m$.

Onde sarà l' elemento di quella tangente, che noi cerchiamo $= \frac{D\,(b+x)\,A\,(a+x)^m\,dx}{D\,(b+x)\,dx.}$ (*per la Propos. IX.*) Onde sarà $dy = \frac{(b+x)\,A\,(a+x)^m\,dx}{(b+x)\,dx.}$

Per l' integrazione, bisogna separatamente sommare tanto il numeratore, che il divisore della frazione. Onde sarà

$$y = \int (b + x)\,A\,(a + x)^m\,dx : \int (b + x)\,dx.$$

Dunque determinando l' esponente m, e facendo l' integrazione, se si potrà, o risolvendo la formola nella serie, che le conviene, o riducendo la stessa formola alla quadratura, o rettificazione di qualche curva, si troverà la y per un valore, in cui entrerà la x mescolata colle sole cognite. Finalmente invece della x sostituiscasi la lunghezza DE del dato Cilindro, la qual può chiamarsi e, e si avrà la cercata y.

ESEM-

ESEMPIO.

Sia P L il livello dell'altezza, dal qual cadendo le varie particelle delle acque acquistino quelle velocità, con cui attualmente agiscono sopra il Cilindro D E. E' chiaro, che allora i quadrati delle velocità saranno come le stesse altezze L H, L h ec. Ma queste altezze sono come le linee P D, P N ec. Onde in tal caso sarà $m = 1$. Onde sarà $(a + x)^m = a + x$.

Dunque sarà

$dy = A(Aba + Abx + Aax + Ax^2)dx:(b + x)dx$:

Onde integrando sarà

$$y = \frac{Abax + \frac{1}{2}Abx^2 + \frac{1}{2}Aax^2 + \frac{1}{3}Ax^3}{bx + \frac{1}{2}x^2:}$$, e sostituendo e, che è la lunghezza del Cilindro in vece di x, sarà

$$y = \frac{Abae + \frac{1}{2}Abe^2 + \frac{1}{2}Aae^2 + \frac{1}{3}Ae^3,}{be + \frac{1}{2}e^2}$$ che è il valore della tangente in tal caso.

COROLLARIO I.

Che se il punto P coincidesse col punto C, cioè se il livello passasse per lo stesso punto di sospensione C, allora può sostituirsi la a in vece della b, e sarà $y = \frac{A(a^2 e + ae^2 + \frac{1}{3}e^2)}{ae + \frac{1}{2}e^2}$

COROLLARIO II.

Che se i due punti P, C coincidessero col punto D, allora svanendo le due grandezze a, b,

sareb-

ſarebbe $dy = \frac{Ax \times x^m dx}{x\,dx} = \frac{Ax^{m+1} dx}{x dx}$. Onde integrando ſarebbe $y = \frac{1}{m+2} \times \frac{Ax^{m+2}}{\frac{1}{2}x^2} = \frac{1}{\frac{1}{2}m+1} \times Ax^m$. Onde in tale Ipoteſi ſarebbono le tangenti in ragione della velocità dell' ultimo ſtrato F E ſoſtentante l' ultimo elemento del ſolido.

COROLLARIO III.

Che ſe ſvaniſca la ſola linea C D, (il che interviene, quando la ſoſpenſione ſi fa pel punto D) allora tutti i termini dell'equazione, i quali vengono ad eſſere moltiplicati per b, diventano $= 0$. Onde per queſta Ipoteſi ſarà $y = \frac{A(\frac{1}{2}ax^2 + \frac{1}{3}x^3)}{\frac{1}{2}x^2} = A(a + \frac{2}{3}x)$ Ma $a + \frac{2}{3}x$ è proporzionale all' altezza del livello, da cui cadendo il fluido acquiſta la velocità, con cui attualmente ſi muove; e queſte altezze ſono in ragion duplicata della velocità. Onde ſiegue, che la tangente dell' angolo in un Cilindro, il qual ſia ſoſpeſo pel punto D, e che abbia ſempre le baſi parallele alla direzione del fluido, ſia in ragion duplicata della velocità di quello ſtrato di fluido, che viene a paſſare a $\frac{2}{3}$ della lunghezza dello ſteſſo Cilindro.

COROLLARIO IV.

Se finalmente la velocità del fluido ſia coſtante, e ſi faccia in D il punto di ſoſpenſione, allora

allora la $(a + x)^m$ diventerà uguale ad una costante, che dicasi B. Onde sarà $dy = \frac{A \times B \times x dx}{x dx}$
Onde integrando $y = A \times B$. Sicchè non entrando nella formola la x, che è la variabile della lunghezza del Cilindro, questo è segno, che qualunque siasi questa lunghezza in tal Ipotesi, purchè sia terminata da superficie parallele alla direzione del fluido, le tangenti saranno in ragion duplicata delle velocità, dalle quali il fluido sarà animato.

ANNOTAZIONE.

L' ultimo Corollario di questa Proposizione ci apre la via ad una stima delle velocità, nella quale in vece del globo si venga ad usare un piccol Cilindro, con buon successo. Nel suo centro di gravità O, il quale nell' Ipotesi della velocità costante verrà a coincidere col centro della percossa, si faccia passare un asse F G perpendicolare all' asse del Cilindro D E. L' altezza D E di tal Cilindro sia minore di $\frac{1}{4}$ della circonferenza della sua base. Il che servirà per reggere il Cilindro in una posizione delle sue basi parallele alla direzione del fluido. Una staffa assai sottile F H G riceva l' asse F G nelle sue estremità, e lo riceva in tal modo, che quest' asse possa comodamente girare. Al punto supremo H di questa staffa sia raccomandata l' estremità H del filo, che deve sospendersi al centro C del Quadrante M V N. Dico, che un tale istrumento assai acconciamente

FIG. XVI.

mente

mente, e squisitamente ci darà indizio delle velocità del fluido, da cui è sostenuto. Poichè il fluido medesimo nella piccola altezza DE può senza errore considerarsi come animato da una costante velocità. Vuolsi però avvertire, che la staffa FHG abbia una assai piccola proporzione rispetto alla mole del Cilindro, e sia all' incirca della stessa specifica gravità del Cilindro.

PROPOSIZIONE XII.

Date le dimensioni, e la specifica gravità di un solido, le cui Sezioni parallele sien somiglianti, e i cui lati Omologhi vadan crescendo, o scemando in data ragione, determinare l' angolo di deviazione.

Sian tutte le cose, come nella precedente Proposizione, e i lati Omologhi vadano crescendo, o scemando come qualunque funzione della x, cioè come la x^n. Nella formola differenziale converrà sostituire in vece della D la x^n. Onde sarà $dy = \frac{x^n(b+x)\,A\,(a+x)^m\,dx}{x^n\,(b+x)\,dx}$. Onintegrando sarà

$$y = \int x^n(b+x)A(a+x)^m\,dx : \int x^n(b+x)dx.$$

La qual formola, o integrando, o risolvendo nella sua serie, o riducendo alla quadratura, o rettificazion di una curva, si determinerà la y.

ESEM-

ESEMPIO.

Sia tanto la n, che la $m=1$, sarà $y=\int A(bx + x^2)(a + x)dx : \int(bx + x^2)dx$; la cui integrazione si compirà, come nell'esempio della proposizion precedente.

COROLLARIO I.

Essendo le Sezioni de' Coni, e delle Piramidi fatte secondo il Parallelismo di un piano, l' una all' altra somiglianti, ed essendo i lati Omologhi, come le variabili x, l'esempio di questa Proposizione ha luogo in questi solidi.

COROLLARIO II.

Che se s' intenda o si ponga, che qualunque funzione della x venga ad esprimere il lato D d del Parallelepipedo, di cui nella Proposizione X. ho ragionato, il Problema si verrà a stendere a qualunque solido, le cui Sezioni parallele non sien somiglianti, ma sien tali, che vengano a somministrare le altezze D d tali, quali dalle funzioni della x sono rappresentate. Poichè il calcolo torna affatto lo stesso.

FIG. XIV.

COROLLARIO III.

Se anche il solido non sarà terminato da superficie parallele alla direzione degli strati del

del fluido, ma venga a terminare con qualunque altra Sezione, si potrà in molti casi soggettare al sopraddetto calcolo, ma in molti altri non si potrà in alcun conto, senza un lungo giro; e in altri non si potrà affatto secondo le solite regole del calcolo differenziale, ed integrale.

COROLLARIO IV.

Se la velocità del fluido mettasi come costante, e sia il solido di qualunque natura si voglia, perchè abbia le basi parallele alla direzione del fluido, saranno le tangenti dell' angolo di deviazione di questo solido a diverse velocità costanti del fluido in ragion duplicata di queste stesse velocità. Poichè sarà $dy = \frac{x^n (b + x) A \times B \times dx}{x^n (b + x) dx}$. Onde sarà sempre $\int x^n (b + x) A \times B \times dx : \int x^n (b + x) dx = A \times B$. Ma B sarà come le altezze delle cadute, cioè in ragion duplicata delle velocità, onde le tangenti y dell' angolo di deviazione saranno per qualsisia solido in ragion duplicata della velocità del fluido. Potendosi dunque senza error sensibile considerar come costante la velocità del fluido all' altezza uguale al Diametro di un piccol globo, ed essendo il globo in qualunque posizione somigliante a se stesso, saranno le tangenti indicate da un filo attaccato a tal globo senza error sensibile in ragion duplicata delle velocità, o in ragion semplice delle altezze delle cadute. Ecco per qual ragione abbiamo adoperato il solido sferico più tosto,

che

che un altro qualunque ſolido alla ſtima delle velocità.

COROLLARIO V.

Che ſe anco ſi voleſſe ſoggettare al calcolo quel piccoliſſimo errore, che naſce dall' inugual velocità del fluido, potrebbe ciò ottenerſi per la formola ſopradetta. Ma conviene avvertire primieramente, che eſſendo il noſtro globo attaccato per un punto della ſua ſuperficie deve metterſi $b=o$. Onde $b+x=x$. Secondariamente, che chiamando il Diametro del globo $=\delta$, ſarà in tal caſo $x^{n}=\sqrt{\delta x-x^{2}}$. Dal che ſiegue, che la formola in tal caſo ſarà $y=\frac{\int A\sqrt{\delta x-x^{2}}(a+x)x\,dx}{\int x\sqrt{\delta x-x^{2}}\,dx}$, ovvero

$$y=\frac{\int A\,a\,x\sqrt{\delta x-x^{2}}\,dx+\int A\,x^{2}\sqrt{\delta x-x^{2}}\,dx}{\int x\sqrt{\delta x-x^{2}}\,dx}.$$

Queſte formole poſſono integrarſi con riſolvere $\sqrt{\delta x-x^{2}}$ nella ſua ſerie, o con ridurle alla quadratura o rettificazion della curva ſecondo il ſolito. Sicchè avremo così la y, che è la tangente dell' angolo di deviazione, che fa il Diametro del globo il qual paſſa pel punto di ſoſpenſione. Che ſe la x ſi faccia come nulla riſpetto alla a, cioè ſe $a+x$ poſſa contarſi come a, (il che accade, quando il Diametro del globo ha una piccoliſſima proporzione coll' altezza della caduta) allora la y calcolata in queſto Corollario non differirà ſenſibilmente dalla ſteſſa y calcolata nell' antecedente Corollario. Onde in tal caſo il Diametro

metro del globo paſſante pel punto di ſoſpenſione ſtarà per diritto colla direzione del filo, che lo ſoſtiene.

ANNOTAZIONE.

In queſto luogo io non laſcerò di avvertire che per isfuggire il più, che ſi poſſa, quei piccoliſſimi errori, che dalla inugualità della velocità congiunta alla grandezza del globo potrebbonſi inſinuare, ſi potrà ſoſpendere il globo diverſamente da quel, che è ſtato detto nelle prime Propoſizioni. Adunque a due punti oppoſti Diametralmente ſi facciano naſcere due punte F G, la cui direzione paſſi pel centro C della sfera. Queſte punte come due ſottili perni girino liberamente in due fori corriſpondenti, e ſcavati nell' eſtremità F G di un mezzo cerchietto F H G, che ſia ſottiliſſimo. Al punto di mezzo H facciaſi la ſoſpenſione del filo. Se nella interior cavità del globo giaceranno alcune palline di piombo, le quali pur ſono neceſſarie per ridurre il globo alla gravità ſpecifica, che ſi vuole, il globo all' urto del fluido ſi comporrà in tal modo, che la direzione del filo O H verrà nel tempo ſteſſo a paſſare sì pel centro del globo, che pel centro della percoſſa aſſai accuratamente. Onde ſi avrà la miſura della tangente quaſi colla ſteſſa eſattezza, che ſi avrebbe, ſe il globo ſi riduceſſe in un punto, il qual però veniſſe a patir dal fluido quella ſteſſa azione, che ſoffre la mezza ſuperficie della sfera.

FIG. XVII

Sco-

SCOLIO.

Molti altri Problemi potrebbon proporsi sopra la materia, di cui ho trattato finora, i quali dalla proposta Teoria si potrebbono agevolmente risolvere. Ma accorgendomi io, che simili Problemi sono più speciosi, che utili, ho giudicato di far fine al presente trattato, nel quale ho riguardato principalmente alla civile utilità, la quale unicamente dovrebbe essere la regola delle specolazioni de' Geometri, e de' Matematici. Io mi sarei ancora astenuto dal produrre queste ultime proposizioni; se non avessi considerato, che quest' ultima parte della Teoria può recare a maggior perfezione l' uso de' globi per la misura delle velocità.

P. S. Stando per uscire alla luce questa Dissertazione mi giugne notizia di un nuovo strumento per la misura del viaggio marittimo prodotto in Parigi dal Sig. Saverien (a). Dall' estratto, che ne ho avuto, mi sembra assai diverso da quegli, che ho proposti in quest' opuscolo. Nella mia Prefazione non ho potuto farne memoria. Non avendo potuto legger l' opera stessa non posso darne più distinta contezza;

(a) *L' art de mesurer sur Mer &c. Paris* 1750.

Tavola I.

Velocità de' Corpi per un ora di tempo	Velocità de' Corpi per un minuto di tempo	Velocità de' Corpi per un secondo di tempo.		Altezze, dalle quali devono cadere i Corpi per guadagnare la detta velocità.		
Tese.	Piedi.	Piedi.	Pollici.	Piedi.	Pollici.	Linee
50.	5.	. . .	1.	.	.	. $\frac{16}{1000}$
100.	10.	. . .	2.	.	.	. $\frac{66}{1000}$
150.	15.	. . .	3.	.	.	. $\frac{149}{1000}$
200.	20.	. . .	4.	.	.	. $\frac{265}{1000}$
250.	25.	. . .	5.	.	.	. $\frac{414}{1000}$
300.	30.	. . .	6.	.	.	. $\frac{59}{100}$
350	35	. . .	7.	.	.	. $\frac{81}{100}$
400.	40.	. . .	8.	.	.	1. $\frac{6}{100}$
450.	45.	. . .	9.	.	.	1. $\frac{34}{100}$
500.	50.	. .	10.	.	.	1. $\frac{65}{100}$
550.	55	. .	11.	.	.	2.
600.	60	1.	0.	.	.	2. $\frac{38}{100}$
650.	65.	1.	1.	.	.	2. $\frac{79}{100}$
700.	70.	1.	2.	.	.	3. $\frac{24}{100}$
750.	75.	1.	3.	.	.	3. $\frac{72}{100}$
800.	80.	1.	4.	.	.	4. $\frac{24}{100}$
850.	85	1.	5.	.	.	4. $\frac{78}{100}$
900.	90.	1.	6.	.	.	5. $\frac{37}{100}$
950.	95.	1.	7.	.	.	5. $\frac{98}{100}$
1000.	100.	1.	8	.	.	6. $\frac{6}{100}$

Tavola I.

Velocità de' Corpi per un ora di tempo.	Velocità de' Corpi per un minuto di tempo	Velocità de' Corpi per un secondo di tempo.		Altezze, dalle quali devono cadere i Corpi per guadagnare la detta velocità.		
Tese.	Piedi.	Piedi.	Pollici.	Piedi.	Pollici.	Linee.
1050.	105.	1.	9.	.	.	7. $\frac{30}{100}$
1100.	110.	1.	10.	.	.	8. $\frac{1}{100}$
1150.	115.	1.	11.	.	.	8. $\frac{76}{100}$
1200.	120.	2.	0.	.	.	9. $\frac{54}{100}$
1250.	125.	2.	1.	.	.	10. $\frac{35}{100}$
1300.	130.	2.	2.	.	.	11. $\frac{19}{100}$
1350.	135.	2.	3.	.	.	11. $\frac{97}{100}$
1400.	140.	2.	4.	.	1.	0. $\frac{98}{100}$
1450.	145.	2.	5.	.	1.	1. $\frac{93}{100}$
1500.	150.	2	6.	.	1.	2. $\frac{92}{100}$
1550.	155	2.	7.	.	1.	3. $\frac{91}{100}$
1600.	160.	2.	8.	.	1.	4. $\frac{96}{100}$
1650.	165.	2.	9.	.	1.	6. $\frac{3}{100}$
1700.	170.	2.	10.	.	1.	7. $\frac{14}{100}$
1750.	175.	2.	11.	.	1.	8. $\frac{27}{100}$
1800.	180.	3.	0.	.	1.	9. $\frac{46}{100}$
1850.	185.	3.	1.	.	1.	10. $\frac{67}{100}$
1900.	190.	3.	2.	.	1.	11. $\frac{91}{100}$
1950.	195.	3.	3.	.	2.	1. $\frac{18}{100}$
2000.	200.	3.	4.	.	2.	2. $\frac{50}{100}$

Tavola I.

Velocità de' Corpi per un ora di tempo.	Velocità de' Corpi per un minuto di tempo.	Velocità de' Corpi per un secondo di tempo.		Altezze, dalle quali devono cadere i Corpi per guadagnare la detta velocità.		
Tese.	Piedi.	Piedi	Pollici.	Piedi.	Pollici.	Linee.
2050.	205.	3.	5.	.	2.	3. $\frac{84}{100}$
2100.	210.	3.	6.	.	2.	5. $\frac{21}{100}$
2150.	215.	3.	7.	.	2.	6. $\frac{62}{100}$
2200.	220.	3.	8.	.	2.	8. $\frac{6}{100}$
2250.	225.	3.	9.	.	2.	9. $\frac{53}{100}$
2300.	230.	3.	10.	.	2.	11. $\frac{4}{100}$
2350.	235.	3.	11.	.	3.	0. $\frac{58}{100}$
2400.	240.	4.	0.	.	3.	2. $\frac{15}{100}$
2450.	245.	4.	1.	.	3.	3. $\frac{76}{100}$
2500.	250.	4.	2.	.	3.	5. $\frac{40}{100}$
2550.	255.	4.	3.	.	3.	7. $\frac{7}{100}$
2600.	260.	4.	4.	.	3.	8. $\frac{78}{10}$
2650.	265.	4.	5.	.	3.	10. $\frac{520}{100}$
2700.	270.	4.	6.	.	4.	0. $\frac{39}{100}$
2750.	275.	4.	7.	.	4.	2. $\frac{9}{100}$
2800.	280.	4.	8.	.	4.	3. $\frac{93}{100}$
2850	285.	4.	9.	.	4.	5. $\frac{80}{100}$
2900.	290.	4.	10.	.	4.	7. $\frac{70}{100}$
2950.	295.	4.	11.	.	4.	9. $\frac{64}{100}$
3000.	300.	5.	0.	.	4.	11. $\frac{61}{100}$

Tavola I.

Velocità de' Corpi per un ora di tempo.	Velocità de' Corpi per un minuto di tempo.	Velocità de' Corpi per un secondo di tempo.		Altezze, dalle quali devono cadere i Corpi per guadagnare la detta velocità.		
Tese.	Piedi.	Piedi.	Pollici.	Piedi.	Pollici.	Linee.
3050.	305.	5.	1.	5.	1	$\frac{62}{100}$
3100.	310.	5.	2.	5.	3.	$\frac{66}{100}$
3150.	315.	5.	3.	5.	7.	$\frac{47}{100}$
3200.	320.	5.	4	5.	7.	$\frac{80}{100}$
3250.	325.	5.	5.	5.	9.	$\frac{95}{100}$
3300.	330.	5.	6.	6.	0.	$\frac{13}{100}$
3350.	335.	5.	7.	6.	2.	$\frac{33}{100}$
3400.	340.	5.	8.	6.	4.	$\frac{57}{100}$
3450.	345.	5.	9.	6.	6.	$\frac{84}{100}$
3500.	350.	5.	10.	6.	9.	$\frac{14}{100}$
3550.	355.	5.	11.	6.	11.	$\frac{47}{100}$
3600.	360.	6.	0.	7.	1.	$\frac{85}{100}$
3650.	365.	6.	1.	7.	4.	$\frac{25}{100}$
3700.	370.	6.	2.	7.	6.	$\frac{68}{100}$
3750.	375.	6.	3.	7.	9.	$\frac{15}{100}$
3800.	380.	6.	4.	7.	11.	$\frac{65}{100}$
3850.	385.	6.	5.	8.	2.	$\frac{2}{10}$
3900.	390.	6.	6.	8.	4.	$\frac{8}{10}$
3950.	395.	6.	7.	8.	7.	$\frac{3}{10}$
4000.	400.	6.	8.	8.	10.	—

Tavola I.

Velocità de' Corpi per un ora di tempo.	Velocità de' Corpi per un minuto di tempo.	Velocità de' Corpi per un secondo di tempo.		Altezze, dalle quali devono cadere i Corpi per guadagnare la detta velocità.		
Tese.	Piedi.	Piedi	Pollici.	Piedi.	Pollici.	Linee.
4050.	405.	6.	9.	.	9.	0. $\frac{6}{10}$
4100.	410.	6.	10.	.	9.	3. $\frac{4}{10}$
4150.	415.	6.	11.	.	9.	4. $\frac{7}{10}$
4200.	420.	7.	0.	.	9.	8. $\frac{9}{10}$
4250.	425.	7.	1.	.	9.	11. $\frac{7}{10}$
4300.	430.	7.	2.	.	10.	2. $\frac{5}{10}$
4350.	435.	7.	3.	.	10.	5. $\frac{3}{10}$
4400.	440.	7.	4.	.	10.	8. $\frac{2}{10}$
4450.	445.	7.	5.	.	10.	11. $\frac{2}{10}$
4500.	450.	7.	6.	.	11.	2. $\frac{1}{10}$
4550.	455.	7.	7.	.	11.	5. $\frac{1}{10}$
4600.	460.	7.	8.	.	11.	8. $\frac{2}{10}$
4650.	465.	7.	9.	.	11.	11. $\frac{2}{10}$
4700.	470.	7.	10.	1.	0.	2. $\frac{3}{10}$
4750.	475.	7.	11.	1.	0.	5. $\frac{4}{10}$
4800.	480.	8.	0.	1.	0.	8. $\frac{6}{10}$
4850.	485.	8.	1.	1.	0.	11. $\frac{8}{10}$
4900.	490.	8.	2.	1.	1.	3. —
4950.	495.	8.	3.	1.	1.	6. $\frac{3}{10}$
5000.	500.	8.	4.	1.	1.	9. $\frac{5}{10}$

Tavola I.

Velocità de' Corpi per un ora di tempo.	Velocità de' Corpi per un minuto di tempo.	Velocità de' Corpi per un secondo di tempo.		Altezze dalle quali devono cadere i Corpi per guadagnare la detta velocità.		
Tese.	Piedi.	Piedi.	Pollici.	Piedi.	Pollici.	Linee.
5050.	505.	8.	5.	1.	2.	0. $\frac{9}{10}$
5100.	510.	8.	6.	1.	2.	4. $\frac{3}{10}$
5150.	515.	8.	7.	1.	2.	7. $\frac{7}{10}$
5200.	520.	8.	8.	1.	2.	11. $\frac{1}{10}$
5250.	525.	8.	9.	1.	3.	2. $\frac{6}{10}$
5300.	530.	8.	10.	1.	3.	6. $\frac{1}{10}$
5350.	535.	8.	11.	1.	3.	9. $\frac{6}{10}$
5400.	540.	9.	0.	1.	4.	1. $\frac{1}{10}$
5450.	545.	9.	1.	1.	4.	4. $\frac{7}{10}$
5500.	550.	9.	2.	1.	4.	8. $\frac{4}{10}$
5550.	555.	9.	3.	1.	5.	0. —
5600.	560.	9.	4.	1.	5.	3. $\frac{7}{10}$
5650.	565.	9.	5.	1.	5.	7. $\frac{4}{10}$
5700.	570.	9.	6.	1.	5.	11. $\frac{2}{10}$
5750.	575.	9.	7.	1.	6.	3. —
5800.	580.	9.	8.	1.	6.	6. $\frac{8}{10}$
5850.	585.	9.	9.	1.	6.	10. $\frac{7}{10}$
5900.	590.	9.	10.	1.	7.	2. $\frac{6}{10}$
5950.	595.	9.	11.	1.	7.	6. $\frac{5}{10}$
6000.	600.	10.	0.	1.	7.	10. $\frac{5}{10}$

Tavola I.

Velocità de' Corpi per un ora di tempo.	Velocità de' Corpi per un minuto di tempo.	Velocità de' Corpi per un secondo di tempo.		Altezze, dalle quali devono cadere i Corpi per guadagnare la detta velocità.		
Tese.	Piedi.	Piedi.	Pollici.	Piedi.	Pollici.	Linee.
6050.	605	10.	1.	1.	8.	2. $\frac{4}{10}$
6100.	610.	10.	2.	1.	8.	6, $\frac{5}{10}$
6150.	615.	10.	3.	1.	8.	10. $\frac{3}{10}$
6200.	620.	10.	4.	1.	9.	2. $\frac{6}{10}$
6250.	625.	10.	5.	1.	9.	6. $\frac{7}{10}$
6300.	630.	10.	6.	1.	9.	10. $\frac{9}{10}$
6350.	635.	10.	7.	1.	10.	3. $\frac{1}{10}$
6400.	640.	10.	8.	1.	10.	7. $\frac{3}{10}$
6450.	645.	10.	9.	1.	10.	11. $\frac{6}{10}$
6500.	650.	10.	10.	1.	11.	3. $\frac{8}{10}$
6550.	655.	10.	11.	1.	11.	8. $\frac{2}{10}$
6600.	660.	11.	0.	2.	0.	0. $\frac{5}{10}$
6650.	665.	11.	1.	2.	0.	4. $\frac{5}{10}$
6700.	670.	11.	2	2.	0.	9. $\frac{3}{10}$
6750.	675.	11.	3.	2.	1.	1. $\frac{8}{10}$
6800.	680.	11.	4.	2.	1.	6 $\frac{3}{10}$
6850.	685.	11.	5.	2.	1.	10. $\frac{8}{10}$
6900.	690.	11.	6.	2.	2.	3. $\frac{4}{10}$
6950.	695.	11.	7.	2.	2.	7. $\frac{9}{10}$
7000.	700.	11.	8.	2.	3.	0. $\frac{6}{10}$

Tavola I.

Velocità de' Corpi per un ora di tempo.	Velocità de' Corpi per un minuto di tempo.	Velocità de' Corpi per un secondo di tempo.		Altezze, dalle quali devono cadere i Corpi per guadagnare la detta velocità.		
Tese.	Piedi.	Piedi.	Pollici.	Piedi.	Pollici.	Linee.
7050.	705.	11.	9.	2.	3.	5. $\frac{2}{10}$
7100.	710.	11.	10.	2.	3.	9. $\frac{9}{10}$
7150.	715.	11.	11.	2.	4.	2. $\frac{6}{10}$
7200.	720.	12.	0.	2.	4.	8. $\frac{2}{10}$
7250.	725.	12.	1.	2.	5.	0. $\frac{2}{10}$
7300.	730.	12.	2.	2.	5.	5. —
7350.	735.	12.	3.	2.	5.	9. $\frac{8}{10}$
7400.	740.	12.	4.	2.	6.	2. $\frac{7}{10}$
7450.	745.	12.	5.	2.	6.	7. $\frac{6}{10}$
7500.	750.	12.	6.	2.	7.	0. $\frac{6}{10}$
7550.	755.	12.	7.	2.	7.	5. $\frac{6}{10}$
7600.	760.	12.	8.	2.	7.	10. $\frac{6}{10}$
7650.	765.	12.	9.	2.	8.	3. $\frac{6}{10}$
7700.	770.	12.	10.	2.	8.	8. $\frac{7}{10}$
7750.	775.	12.	11.	2.	9.	1. $\frac{8}{10}$
7800.	780.	13.	0.	2.	9.	7. —
7850.	785.	13.	1.	2.	10.	0. $\frac{2}{10}$
7900.	790.	13.	2.	2.	10.	5. $\frac{4}{10}$
7950.	795.	13.	3.	2.	10.	10. $\frac{6}{10}$
8000.	800.	13.	4.	2.	11.	3. $\frac{9}{10}$

Tavola I.

Velocità de' Corpi per un ora di tempo.	Velocità de' Corpi per un minuto di tempo.	Velocità de' Corpi per un secondo di tempo.		Altezze, dalle quali devono cadere i Corpi per guadagnare la detta velocità.			
Tese.	Piedi.	Piedi.	Pollici.	Piedi.	Pollici.	Linee.	
8050.	805	13.	5.	2.	11.	9.	$\frac{2}{10}$
8100.	810.	13.	6.	3.	0.	2,	$\frac{6}{10}$
8150.	815.	13.	7.	3.	0.	8.	—
8200.	820.	13.	8.	3.	1.	1.	$\frac{4}{10}$
8250.	825.	13.	9.	3.	1.	6.	$\frac{8}{10}$
8300.	830.	13.	10.	3.	2.	0.	$\frac{3}{10}$
8350.	835.	13.	11.	3.	2.	5.	$\frac{8}{10}$
8400.	840.	14.	0.	3.	2.	11.	$\frac{4}{10}$
8450.	845.	14.	1.	3.	3.	5.	—
8500.	850.	14.	2.	3.	3.	10.	$\frac{6}{10}$
8550.	855.	14.	3.	3.	4.	4.	$\frac{2}{10}$
8600.	860.	14.	4.	3.	4.	9.	$\frac{9}{10}$
8650.	865.	14.	5.	3.	5.	3.	$\frac{6}{10}$
8700.	870.	14.	6	3.	5.	9	$\frac{3}{10}$
8750.	875.	14.	7	3.	6.	3.	$\frac{1}{10}$
8800	880.	14.	8.	3.	6.	9	—
8850.	885.	14.	9	3.	7.	2.	$\frac{8}{10}$
8900.	890.	14.	10.	3.	7.	8.	$\frac{7}{10}$
8950.	895.	14.	11.	3.	8.	2.	$\frac{6}{10}$
9000.	900.	15.	0.	3.	8.	8.	$\frac{5}{10}$

Tavola II.

Velocità del Mobile dentro un minuto di tempo.	Parti della Tangente del Quadrante, delle quali 1000. fanno il raggio.	Velocità del Mobile dentro un minuto di tempo.	Parti della Tangente del Quadrante, delle quali 1000. fanno il raggio.
Piedi.	Parti Millesime.	Piedi.	Parti Millesime.
5.	$\frac{7}{10}$	105.	304.
10.	$\frac{27}{10}$	110.	334.
15.	$\frac{62}{10}$	115.	365.
20.	11.	120	397.
25.	17.	125.	431.
30.	25.	130.	466.
35.	34.	135.	503.
40.	44.	140.	541.
45.	56.	145.	580.
50.	69.	150.	621.
55.	84.	155.	663.
60.	99.	160.	706.
65.	116.	165.	751.
70.	135.	170.	798.
75.	155.	175.	845.
80.	177.	180.	894.
85.	199.	185.	945.
90.	223.	190.	996.
95.	249.	195.	1050.
100.	276.	200.	1104.

Tavola II.

Velocità del Mobile dentro un minuto di tempo.	Parti della Tangente del Quadrante, delle quali 1000. fanno il raggio.	Velocità del Mobile dentro un minuto di tempo.	Parti della Tangente del Quadrante, delle quali 1000. fanno il raggio.
Piedi.	Parti Millesime.	Piedi,	Parti Millesime.
205.	1160.	305.	2567.
210.	1217.	310.	2652.
215.	1276.	315.	2811.
220.	1336.	320.	2826.
225.	1397.	325.	2915.
230.	1460.	330.	3006.
235.	1524.	335.	3097.
240.	1590.	340.	3191.
245.	1657.	345.	3285.
250.	1733.	350.	3381.
255.	1795.	355.	3478.
260.	1866.	360.	3577.
265.	1938.	365.	3677.
270.	2012.	370.	3696.
275.	2087.	375.	3793.
280.	2164.	380.	3985.
285.	2242.	385.	4091.
290.	2321.	390.	4198.
295.	2402.	395.	4306.
300.	2484.	400.	4416.

Tavola II.

Velocità del Mobile dentro un minuto di tempo.	Parti della Tangente del Quadrante, delle quali 1000. fanno il raggio.	Velocità del Mobile dentro un minuto di tempo.	Parti della Tangente del Quadrante, delle quali 1000 fanno il raggio.
Piedi.	Parti Millesime.	Piedi.	Parti Millesime.
405.	4527.	505.	7039
410.	4639.	510.	7179.
415.	4679.	515.	7320.
420.	4869.	520	7463.
425.	4985.	525.	7607.
430.	5103.	530.	7753.
435.	5223.	535.	7900.
440.	5344.	540.	8048.
445.	5465.	545.	8198.
450.	5589.	550.	8349.
455.	5714.	555.	8501.
460.	5840.	560.	8655.
465.	5968.	565.	8810
470.	6097.	570.	8967.
475.	6227.	575.	9125
480.	6359.	580.	9284.
485.	6492.	585.	9445.
490.	6626.	590.	9607.
495.	6762.	595.	9771.
500.	6900.	600.	9936.

Tavola II.

Velocità del Mobile dentro un minuto di tempo.	Parti della Tangente del Quadrante, delle quali 1000. fanno il raggio.	Velocità del Mobile dentro un minuto di tempo.	Parti della Tangente del Quadrante, delle quali 1000. fanno il raggio.
Piedi.	Parti Millesime.	Piedi,	Parti Millesime.
605.	10100.	705.	13700.
610.	10270.	710.	13910.
615.	10440.	715.	14110.
620.	10610.	720.	14340.
625.	10780.	725.	14510.
630.	10950.	730.	14710.
635.	11130.	735.	14910.
640.	11300.	740.	15110.
645.	11480.	745.	15320.
650.	11660.	750.	15520.
655.	11840.	755.	15730.
660.	12020.	760.	15940.
665.	12270.	765.	16150.
670.	12390.	770.	16360.
675.	12580.	775.	16580.
680.	12760.	780.	16790.
685.	12950.	785.	17010.
690.	13140.	790.	17220.
695.	13330.	795.	17440.
700.	13520.	800.	17660.

Tavola II.

Velocità del Mobile dentro un minuto di tempo.	Parti della Tangente del Quadrante, delle quali 1000. fanno il raggio
Piedi.	Parti Millesime.
805.	17880.
810.	18110.
815.	18330.
820.	18560.
825.	18790.
830	19010.
835.	19240.
840.	19470.
845.	19710.
850	19940.
855.	20180
860.	20410.
865.	20650.
870.	20890.
875.	21130.
880.	21370.
885.	21620.
890.	21860.
895.	22110.
900.	22360.

Tavola III.

Tavola degli angoli, che corriſpondono alle tangenti ſegnate nel quadrante delle velocità.

Tangente.	Gradi.	Minuti	Secondi.	Secante.
11.	0.	38.		. . .
17.	0.	59.		. . .
25.	1.	26.		. . .
34.	1.	57.		. . .
44	2.	32.		. . .
56.	3.	13.		1001.
69.	3.	57.		1002.
84.	4.	49.		1003.
99.	5.	40.		1004.
116.	6.	38.		1006.
135.	7.	42.		1009.
155.	8.	49.		1011.
177.	10.	3.		1015.
199.	11.	16.		1019.
223	12.	35.		1024.
249.	13.	59.		1030.
276.	15.	26.		1037.
304.	16.	55.		1045.
334.	18.	29.		1054.
365.	20.	4.		1064.

Tavola III.

Tavola degli angoli, che corrispondono alle tangenti segnate nel quadrante delle velocità.

Tangente.	Gradi.	Minuti	Secondi.	Secante.
397.	21.	40.		1076.
431.	23.	19.		1088.
466.	25.	0.		1103.
503.	26.	43.		1119.
541.	28.	25.		1136.
580.	30.	7.		1156.
621.	31.	51.		1177.
663.	33.	33.		1199.
706.	35.	14.		1224.
751.	36.	55.		1250.
798.	38.	36.		1279.
845.	40.	12.		1309.
894.	41.	48.		1341.
945.	43.	23.		1375.
996.	44.	54.		1411.
1050.	46.	24.		1450.
1104.	47.	50.		1489.
1160.	49.	15.		1531.

Tavola III.

Tavola degli angoli, che corriſpondono alle tangenti ſegnate nel quadrante delle velocità.

Tangente.	Gradi.	Minuti.	Secondi.	Secante.
1217.	50.	36.		1575.
1276.	51.	55.		1621.
1336.	53.	12.		1669.
1397.	54.	25.		1718.
1460.	55.	36.		1770.
1524.	56.	44.		1823.
1590.	57.	50.		1878.
1657.	58.	54.		1935.
1733.	60.	1.		2001.
1795.	60.	53.		2055.
1866.	61.	49.		2117.
1938.	62.	43.		2181.
2012.	63.	34.	30.	2246.
2087.	64.	24.		2314.
2164.	65.	12.		2384.
2242.	65.	58.		2455.
2321.	66.	42.		2528.
2402.	67.	24.		2602.
2484.	68.	4.	30.	2677.
2567.	68.	43.		2754.

Tavola III.

Tavola degli angoli, che corrispondono alle tangenti segnate nel quadrante delle velocità.

Tangente.	Gradi.	Minuti.	Secondi.	Secante.
2652.	69.	20.	30.	2863.
2811.	70.	25.	20.	2993.
2826.	70.	31.		2998.
2915.	71.	4.		3081.
3006.	71.	36.		3168.
3097.	72.	6.	20.	3273.
3191.	72.	36.		3344.
3285.	73.	4.	20.	3453.
3381.	73.	31.	40.	3564.
3478.	73.	57.	40.	3656.
3577.	74.	23.		3714.
3677.	74.	47.	15.	3824.
3696.	74.	51.	45.	3871.
3793.	75.	14.		3923.
3985.	75.	54.	48.	4152.
4091.	76.	16.		4212.
4198.	76.	36.	12.	4330.
4306.	76.	55.	40.	4457.

Tavola III.

Tavola degli angoli, che corrispondono alle tangenti segnate nel quadrante delle velocità.

Tangente.	Gradi.	Minuti.	Secondi.	Secante.
4416.	77.	14.	30.	4555.
4527.	77.	32.	40.	4672.
4639.	77.	50.	20.	4764.
4679.	77.	56.	15.	4798.
4869.	78.	23.	37.	5003.
4985.	78.	39.	30.	5101.
5103.	78.	55.	52.	5253.
5223.	79.	9.	50.	5362.
5344.	79.	24.	10.	5436.
5465.	79.	38.	10.	5567.
5589	79.	51.	40.	5714.
5714.	80.	4.	33.	5830.
5840.	80.	17.		5925.
5968.	80.	29.	18.	6066.
6097.	80.	41.	10.	6187.
6227.	80.	52.	32.	6331.
6359.	81.	3.	36.	6463.
6492.	81.	14.	25.	6581.
6626.	81.	25.	6.	6706.
6762.	81.	35.	24.	6855.

Tavola III.

Tavola degli angoli, che corriſpondono alle tangenti ſegnate nel quadrante delle velocità.

Tangente.	Gradi.	Minuti.	Secondi.	Secante,
6900.	81.	45.	16.	6984.
7039.	81.	54.	36.	7133.
7179.	82.	4.	16.	7261.
7320.	82.	13.	16.	7400.
7463.	82.	22.	6.	7534.
7607.	82.	30.	38.	7699.
7753.	82.	39.	5.	7821.
7900.	82.	47.	15.	7975.
8048.	82.	55.	3.	8112.
8198.	83.	2.	45.	8299.
8349.	83.	10.	15.	8419.
8501.	83.	17.	30.	8579.
8655.	83.	29.	3.	8814.
8810.	83.	31.	31.	8887.
8967.	83.	38.	13.	9030.
9125.	83.	44.	46.	9207.
9248.	83.	51.	10.	9344.
9445.	83.	57.	26.	9513.
9607.	84.	3.	27.	9673.
9771.	84.	9.	23.	9824.

Tavola III.

Tavola degli angoli, che corriſpondono alle tangenti ſegnate nel quadrante delle velocità.

Tangente.	Gradi	Minuti.	Secondi.	Secante.
9936.	84.	15.	10.	9991.
10100.	84.	20.	44.	10171.
10270.	84.	26.	20.	10328.
10440.	84.	31.	42.	10507.
10610.	84	36.	57.	10683.
10780.	84.	42.	1.	10826.
10950.	84.	46.	56.	11017.
11130.	84.	52.	56.	11232.
11300.	84.	56.	30.	11353.
11480.	85.	1.	15.	11526.
11660	85.	5.	54.	11721.
11840.	85.	10.	16.	11884.
12020.	85.	14.	34.	12067.
12270.	85.	20.	23.	12314.
12390.	85.	23.	8.	12432.
12580.	85.	27.	17.	12622.
12760.	85.	31.	8.	12800.
12950.	85.	35.	5.	12990.
13140.	85.	38.	46.	13179
13330.	85.	42.	32.	13369.

Tavola III.

Tavola degli angoli, che corrispondono alle tangenti segnate nel quadrante delle velocità.

Tangente.	Gradi.	Minuti.	Secondi.	Secante.
13520.	85.	46.	11.	13557.
13700.	85.	49.	29.	13737.
13910.	85.	53.	16.	13945.
14110.	85.	56.	45.	14145.
14340.	86.	0.	40.	14375.
14510.	86.	3	20.	14544
14710.	86.	6.	42.	14744.
14910.	86.	9.	51.	14944.
15110.	86.	12.	51.	15139.
15320.	86.	15.	59.	15358.
15520.	86.	19.	0.	15556.
15730.	86.	22.	0.	15768.
15940.	86.	25.	2.	15981.
16150.	86.	27.	48.	16197.
16360.	86.	30.	32.	16412.
16580.	86.	33.	45.	16662.
16790.	86.	35.	49.	16818
17010.	86.	38.	8.	17036.
17220.	86.	40.	42.	17240.
17440.	86.	43.	5.	17465

Tavola III.

Tavola degli angoli, che corrispondono alle tangenti segnate nel quadrante delle velocità.

Tangente.	Gradi.	Minuti.	Secondi.	Secante.
17660.	86.	45.	40.	17678.
17880.	86.	48.	38.	17952.
18110.	86.	50.	35.	18137.
18330.	86.	52.	46.	18341.
18560.	86.	54.	50.	18541.
18790.	86.	57.	30.	18824.
19010.	87.	0.	0.	19107.
19240.	87.	1.	51.	19264.
19470.	87.	3.	53.	19483.
19710.	87.	5.	22.	19674.
19940.	87.	7.	25.	19894.
20180.	87.	9.	10.	20122.
20410.	87.	11.	15.	20364.
20650.	87.	13.	28.	20621.
20650.	87.	15.	25.	20890.
21130.	87.	17.	32.	21130.
21370.	87.	19.	16.	21376.
21620.	87.	21.	10.	21638.
21860.	87.	22.	50.	21815
22110.	87.	24.	30.	22074.
22360.	87.	26.	28.	22358.

INDICE

De' Lemmi, delle Proposizioni, e dei Corollari di questa Dissertazione.

LEMMA I.

COROLLARIO I.

COROLLARIO II.

corpo

Co-

COROLLARIO I.

Se il fluido ſcorreſſe con direzione orizzontale, ed agiſſe così contra il fondo di un cannello, ad eſſo potrà coſtituirſi un Cilindro verticale pieno del medeſimo fluido all'altezza, dalla quale cadendo liberamente un corpo guadagnerebbe la velocità del fluido Orizzontale. Pag. 8.

ANNOTAZIONE.

Che dal fondo di tal cannello il fluido comincerà a ſgorgare con una velocità finita ſaltando dalla quiete alla finita velocità. Pag. 8. - - - 9.

LEMMA IV.

Se un fluido urti un globo con qualunque direzione, l' impreſſione, che egli farà ſulla ſuperficie sferica eſpoſta alla ſua azione è uguale all' impreſſione, che eſſo farebbe ſopra la baſe di un Cilindro, la qual foſſe uguale al cerchio maſſimo del globo, ed il Cilindro uguale al globo. Pag. 9. - - - 10.

PRO-

PROPOSIZIONE I.

PROPOSIZIONE II.

SCO-

SCOLIO.

PROPOSIZIONE IV.

COROLLARIO I.

COROLLARIO II.

PRO-

PROPOSIZIONE V.

PROPOSIZIONE VI.

gente

COROLLARIO II.

COROLLARIO III.

PROPOSIZIONE IX.

COROLLARIO I.

COROLLARIO II.

COROLLARIO III.

COROLLARIO IV.

CO-

COROLLARIO II.

Se il diametro della base del solidetto fosse infinitesimo, la tangente dell' angolo di deviazione sarebbe infinita, cioè l' angolo sarebbe retto. Pag. 68.---69.

COROLLARIO IV.

Se le velocità del fluido, che spignesse i due solidetti di base finita, e di altezza infinitesima, fossero disuguali, le tangenti degli angoli di deviazione saranno in ragion composta della semplice reciproca de' Diametri, e della duplicata delle velocità. Pag. 69.

COROLLARIO II.

Se mutasse ancora la gravità specifica de solidetto, e del fluido, allora le tangenti saranno in ragion composta della reciproca de' diametri omologhi, della diretta duplicata delle velocità, della semplice diretta della gravità specifica del fluido, e della reciproca della differenza delle due specifiche gravità. Pag. 69.---70.

PRO-

PROPOSIZIONE XI.

Co-

CO-

COROLLARIO V.

ANNOTAZIONE.

	ERRORI.	CORREZIONI.
Pag. 6. *verſo* 21.	che è lo ſteſſo sforzo	che è lo ſteſſo, ailo sforzo
Pag. 17. *verſo* 1.	nella Meccanica	nella Macchina
Pag. .8 *verſo* 8	il tempo di 1''., e	il tempo di 1''., è
Pag 57. *verſo* 2.	pace di	pare di
Pag. 57. *verſo* 4.	di accennate	di accennare
Pag. 69. *verſo* 1.	teſima	infiniteſima

Fig. I.
N
A
F
B
M
C
Z
E
D
O
Fig. II.
H
P
V
A
F
B
M
N
C
O
E
Z
Fig. III.
A
B
C
Fig. IV.
A
a e
V
b c
R
O
M
C
N
E
B
F
Fig. V.
C
A
B
V
G
M
H
O
E
N
X

Fig. VI.
A
C
B
K
L
Y
T
Z
D
E
F
I
G
V
R
a
H
S
P
b
m
M
Fig. VII.
G
L
H
I
A
E
B
N
O
F
P
C
D
N
g
n
0 3 0

Fig. VIII.
A
B
C
M
E
F
H
Fig. IX.
A
B
C
M
H
O
Fig. X.
O
V
B
P
H
R
S
C
Fig. XII.
C
VH
I
B
G
F
E
D
Fig. XI.
K
Y
N
M
m
e
f
L
O
d
H
n
p
c
G
C
B
b
h
I
a
A
D
E
Q
X
F
Z
P

Fig: XIII.
C
V
M
H
N
I
B
Y
G
F
g
R
O
a
S
h
K
P
b
T
E
e
Q
Fig: XVII.
O
H
F
G
C
Fig: XIV.
C
i
I
R
a
b
A
N
B
H
P
Q
d
D
V
o
O
M
Fig: XV.
C
P
L
D
H
a
N
h
n
b
o
E
F
Fig: XVI.
C
N
M
V
H
D
G
O
F
E